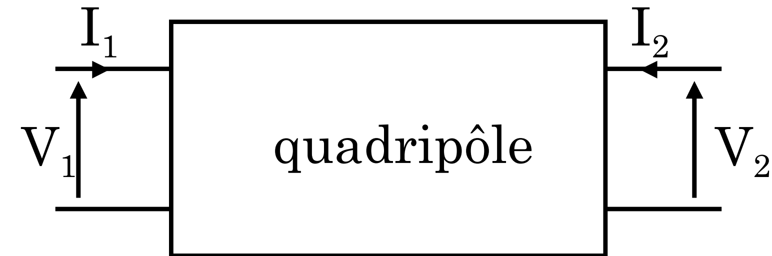
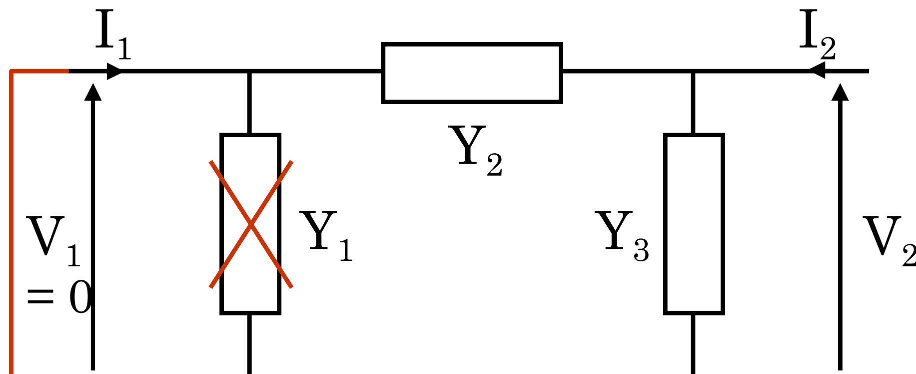
Les quadripôles

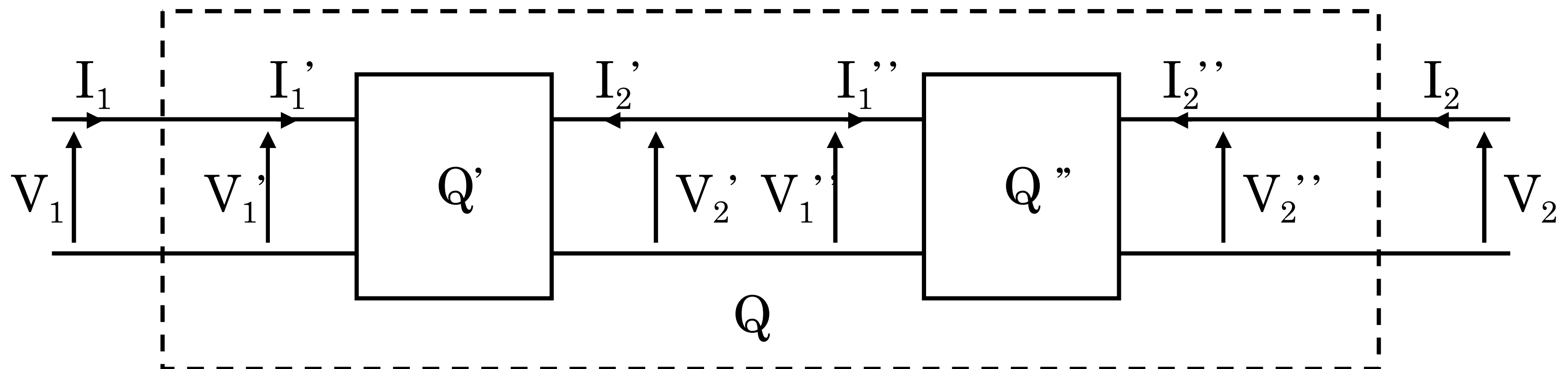


Christian PETER
&
Pascal MASSON

(christian.peter@unice.fr
pascal.masson@unice.fr)

Edition 2008-2009





École Polytechnique Universitaire de Nice Sophia-Antipolis
Cycle Initial Polytechnique
1645 route des Lucioles, 06410 BIOT

Ecole polytechnique de l'université de Nice-Sophia Antipolis

Université Nice Sophia Antipolis

Sommaire

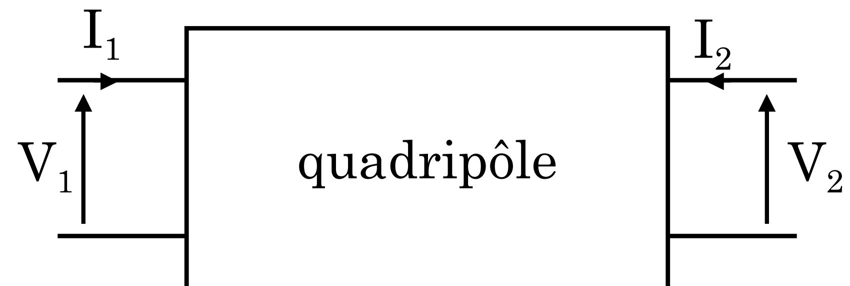
I. Généralités

I.1. Définition

- Un quadripôle est un composant ou un circuit (ensemble de composants) à deux entrées et deux sorties qui permet le transfert d'énergie entre deux dipôles.
- Les signaux électriques en entrée et en sortie peuvent être de nature différente (tension, courant, puissance)
- On distingue deux types de quadripôles : actifs et passifs

I.2. Représentation

- Par convention, on donne le sens positif aux courants qui pénètrent dans le quadripôle



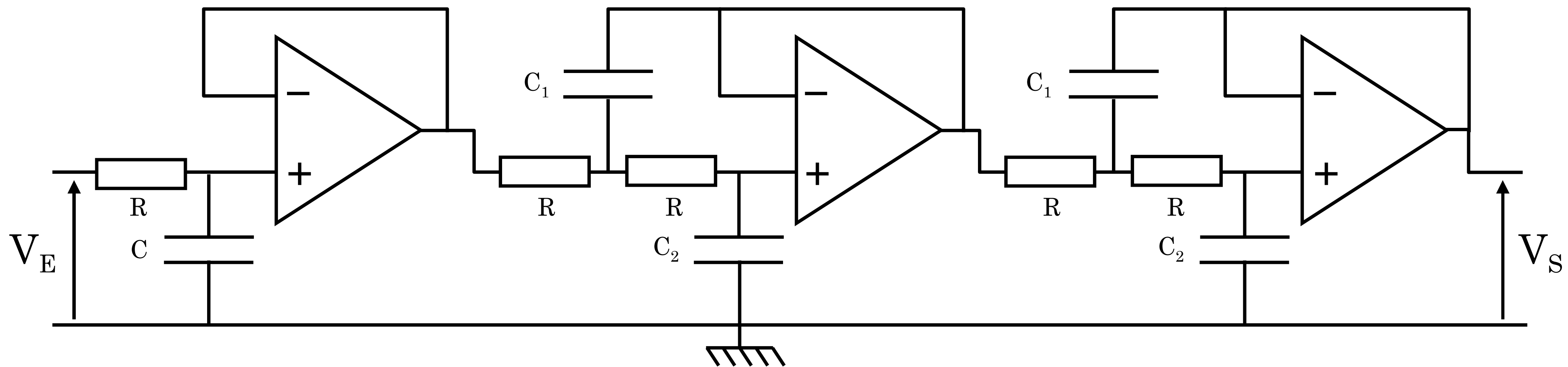
I.3. Origine

- On doit les premières études sur les quadripôles au mathématicien Allemand Franz BREISIG (1868 – 1934) dans les années 1920.

I.4. Intérêt de la représentation quadripôle

- La représentation quadripôle a pour principal intérêt de considérablement simplifier l'étude des circuits électroniques.

❑ **Exemples : le filtre sélectif passe bas du 5ème ordre**



I.5. Rappel sur les matrices 2×2

Multiplication

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} Y_1 = a.X_1 + b.X_2 \\ Y_2 = c.X_1 + d.X_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a.e + b.g & a.f + b.h \\ c.e + d.g & c.f + d.h \end{bmatrix}$$



Ce produit n'est pas commutatif.

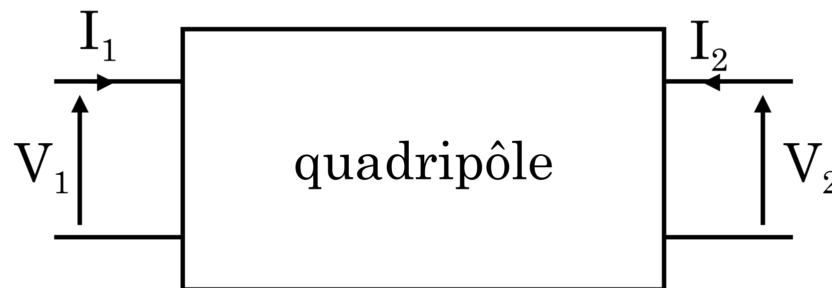
Inversion

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} . \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{a.d - b.c} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad a.d - b.c \neq 0$$

II.1. Les paramètres impédances

❑ Définition

▪ On exprime les tensions en fonction des courants. Les éléments de la matrice ont la dimension d'impédances (résistances).

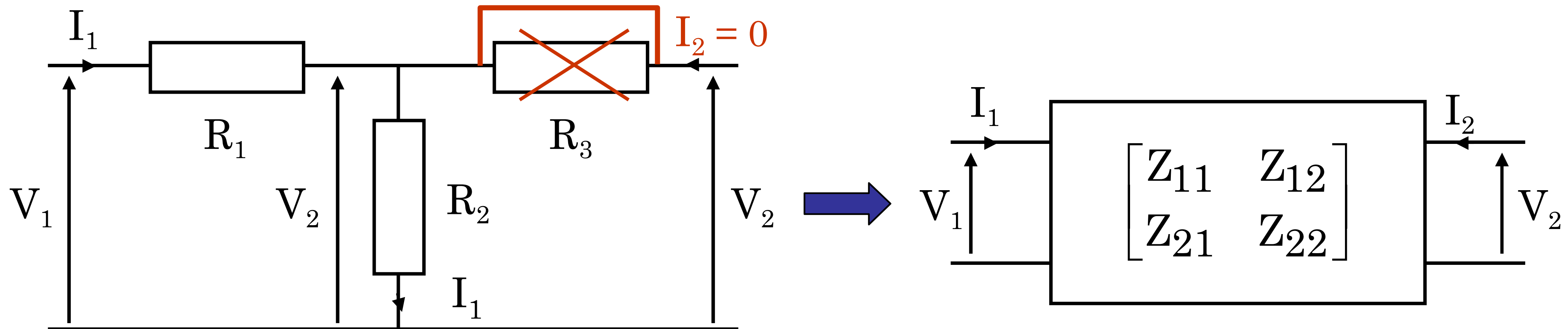


❑ Représentation matricielle

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \Longleftrightarrow \begin{cases} V_1 = Z_{11}.I_1 + Z_{12}.I_2 \\ V_2 = Z_{21}.I_1 + Z_{22}.I_2 \end{cases}$$

II.1. Les paramètres impédances

- **Exemple : association de résistances en étoile (1ère méthode)**



- Détermination de Z_{11} : Si $I_2 = 0$ alors $V_1 = Z_{11}.I_1$

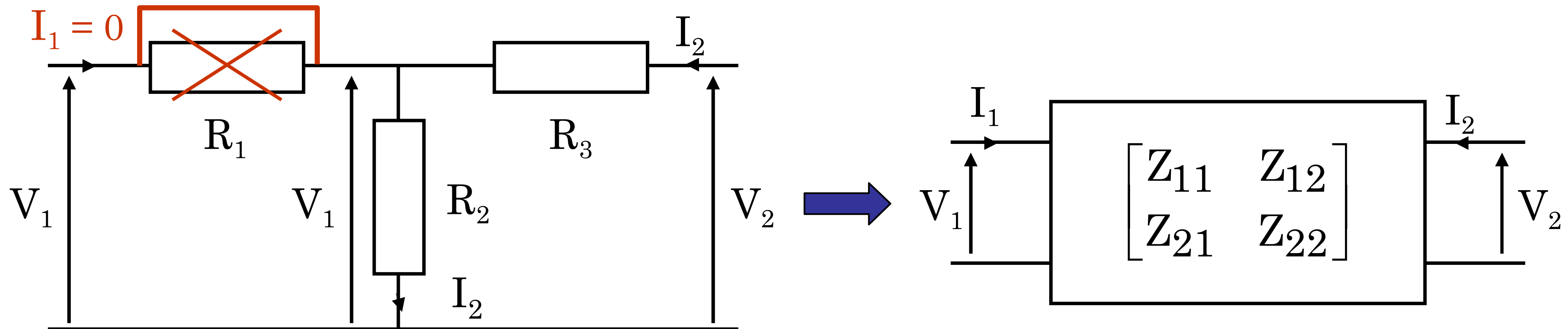
$$Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2 = 0} = R_1 + R_2$$

- Détermination de Z_{21} : Si $I_2 = 0$ alors $V_2 = Z_{21}.I_1$

$$Z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2 = 0} =$$

II.1. Les paramètres impédances

❑ **Exemple : association de résistances en étoile (1ère méthode)**



- Détermination de Z_{12} : Si $I_1 = 0$ alors $V_1 = Z_{12}.I_2$

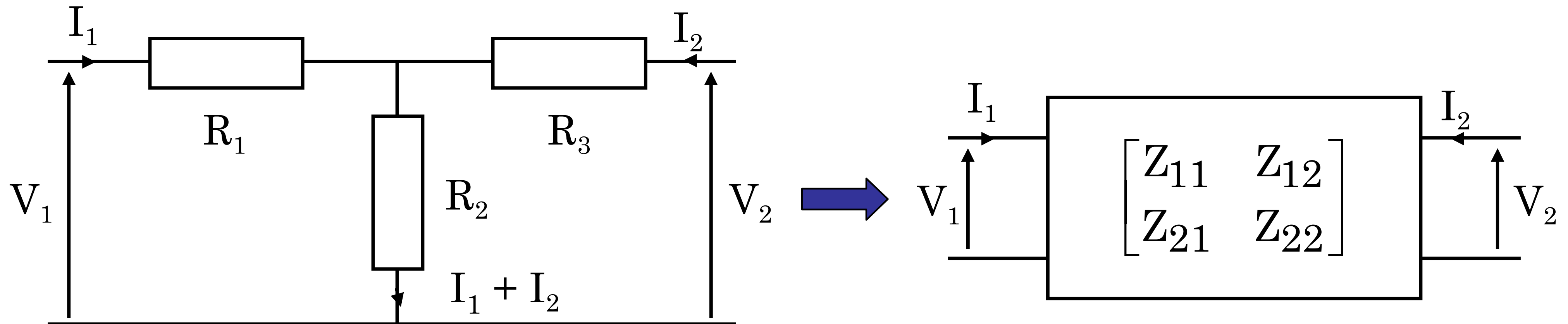
$$Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I1 = 0}$$

- Détermination de Z_{22} : Si $I_1 = 0$ alors $V_2 = Z_{22}.I_2$

$$Z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1 = 0} =$$

II.1. Les paramètres impédances

- **Exemple : association de résistances en étoile (1ère méthode)**

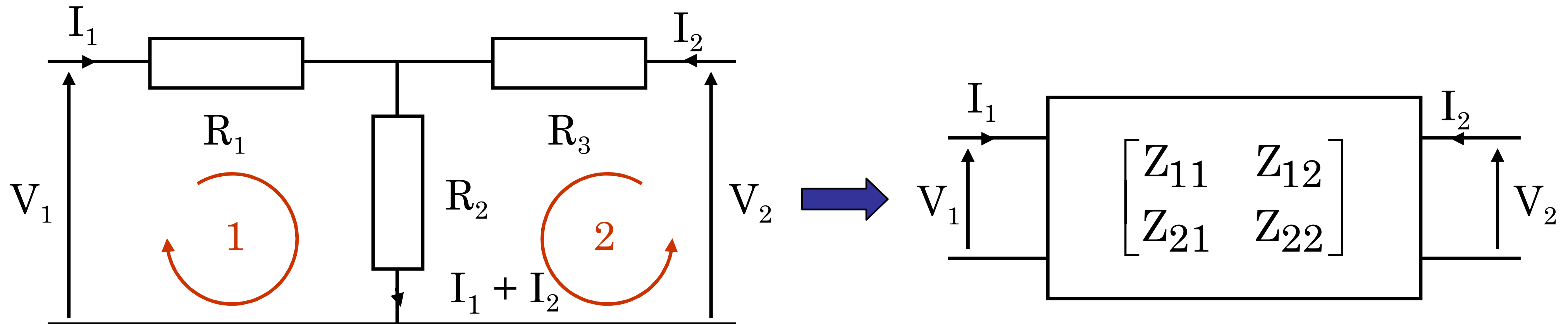


- Écriture de la matrice :

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 & R_2 \\ R_2 & R_2 + R_3 \end{bmatrix}$$

II.1. Les paramètres impédances

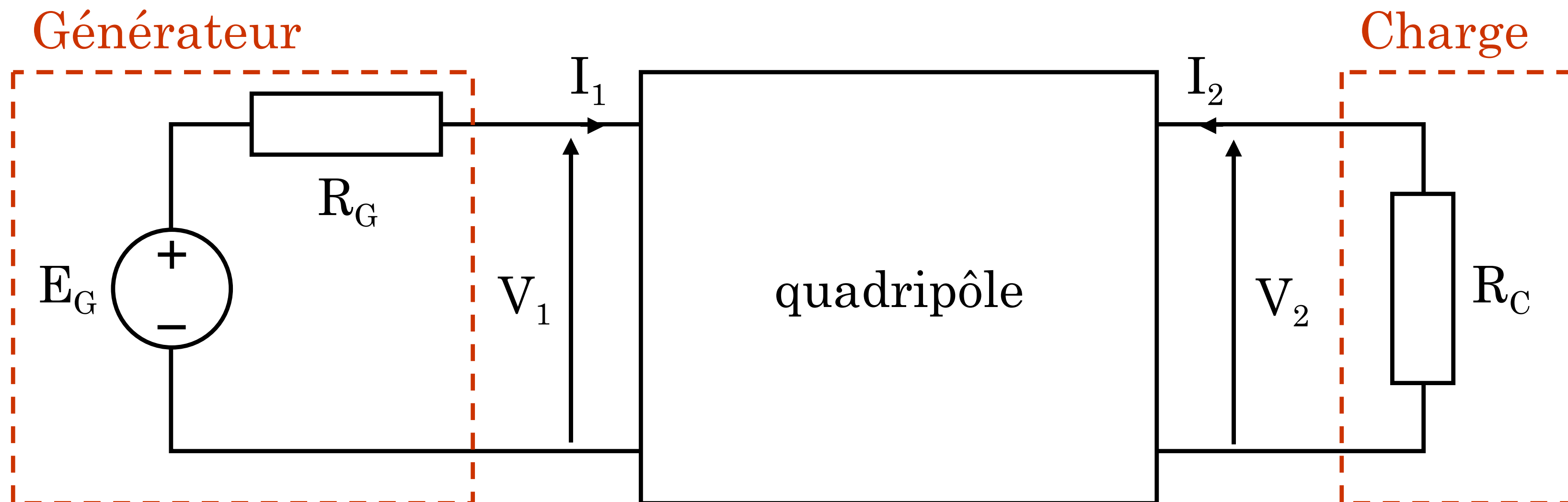
- **Exemple : association de résistances en étoile (2ème méthode)**



- Autre méthode : on écrit la loi des mailles en entrée et en sortie:

$$\begin{cases} V_1 = R_1.I_1 + R_2.(I_1 + I_2) = (R_1 + R_2).I_1 + R_2.I_2 = Z_{11}.I_1 + Z_{12}.I_2 & (1) \\ V_2 = & (2) \end{cases}$$

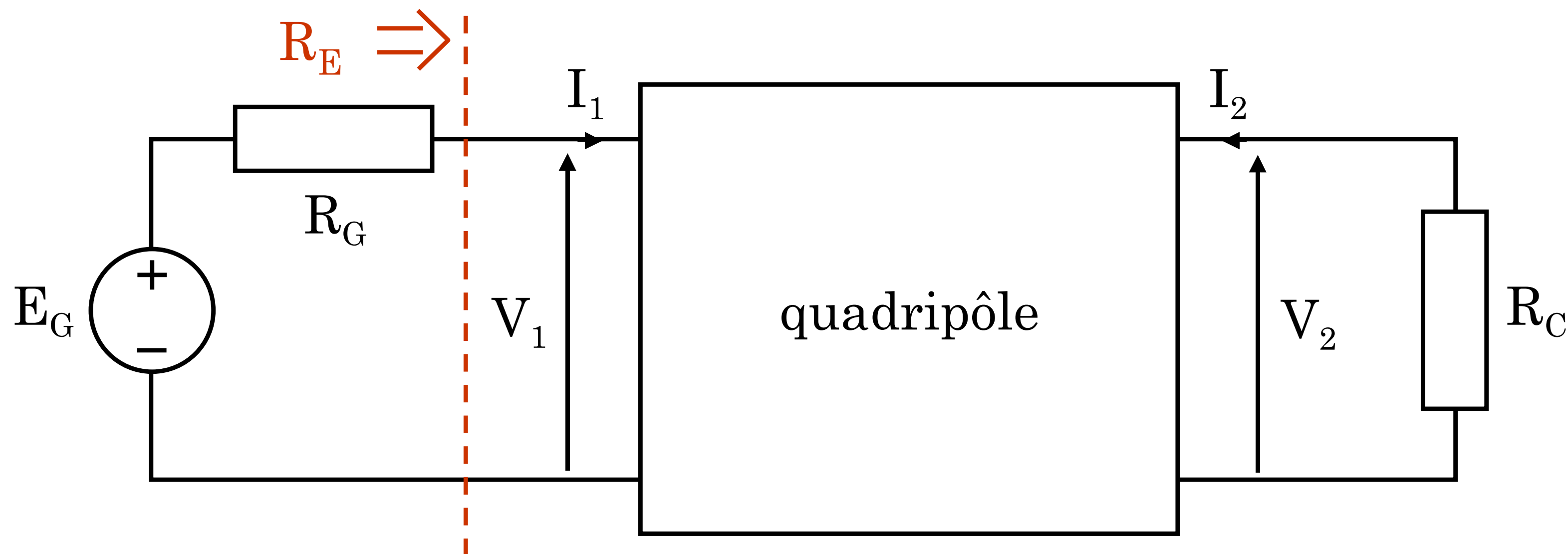
II.2. Les grandeurs fondamentales



- Quand le quadripôle est attaqué par un générateur (E_G, R_G) et qu'il est fermé sur une charge (R_C), il existe un état électrique du quadripôle qui dépend du générateur et de la charge.
- Il est possible de définir des grandeurs caractéristiques comme l'impédance d'entrée, l'impédance de sortie, les gains en courant, tension et puissance.

II.2. Les grandeurs fondamentales

❑ Impédance d'entrée R_E



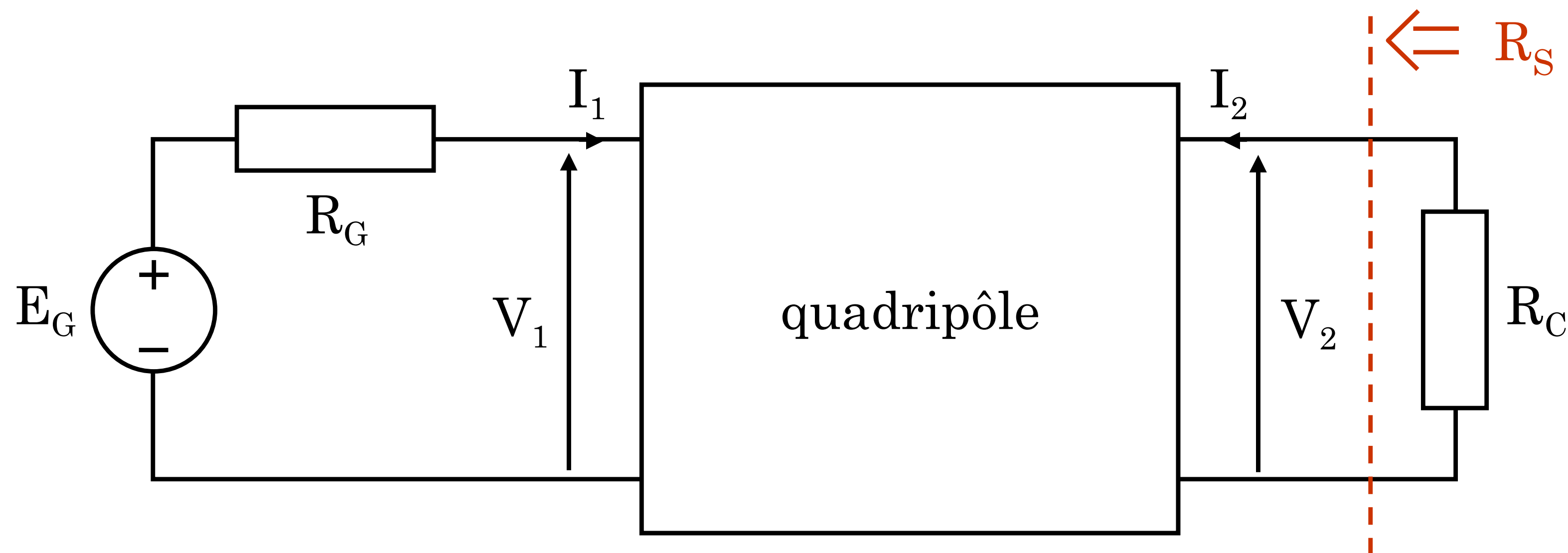
- R_E est l'impédance vue en entrée quand la sortie est chargée par une impédance R_C. La matrice impédance permet d'écrire :

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}.I_1 + Z_{12}.I_2 \\ V_2 = Z_{21}.I_1 + Z_{22}.I_2 = -R_C.I_2 \end{cases} \Rightarrow R_E = \frac{V_1}{I_1} = Z_{11} - \frac{Z_{12}.Z_{21}}{Z_{22} + R_C}$$

- Si le quadripôle n'est pas chargé ($R_C \to \infty$) alors $R_E = Z_{11}$.

II.2. Les grandeurs fondamentales

❑ Impédance de sortie R_S

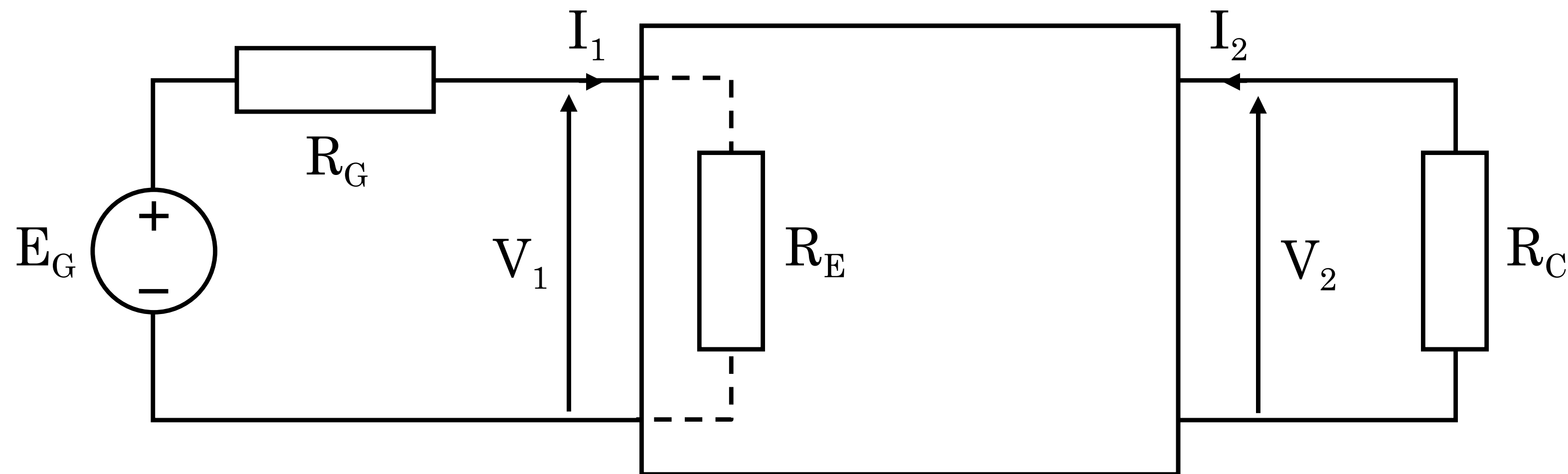


- R_S est l'impédance vue en sortie quand l'entrée est fermée par l'impédance du générateur R_G. La matrice impédance permet d'écrire :

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}.I_1 + Z_{12}.I_2 = -R_G.I_1 \\ V_2 = Z_{21}.I_1 + Z_{22}.I_2 \end{cases} \Rightarrow \quad R_S = \frac{V_2}{I_2} =$$

II.2. Les grandeurs fondamentales

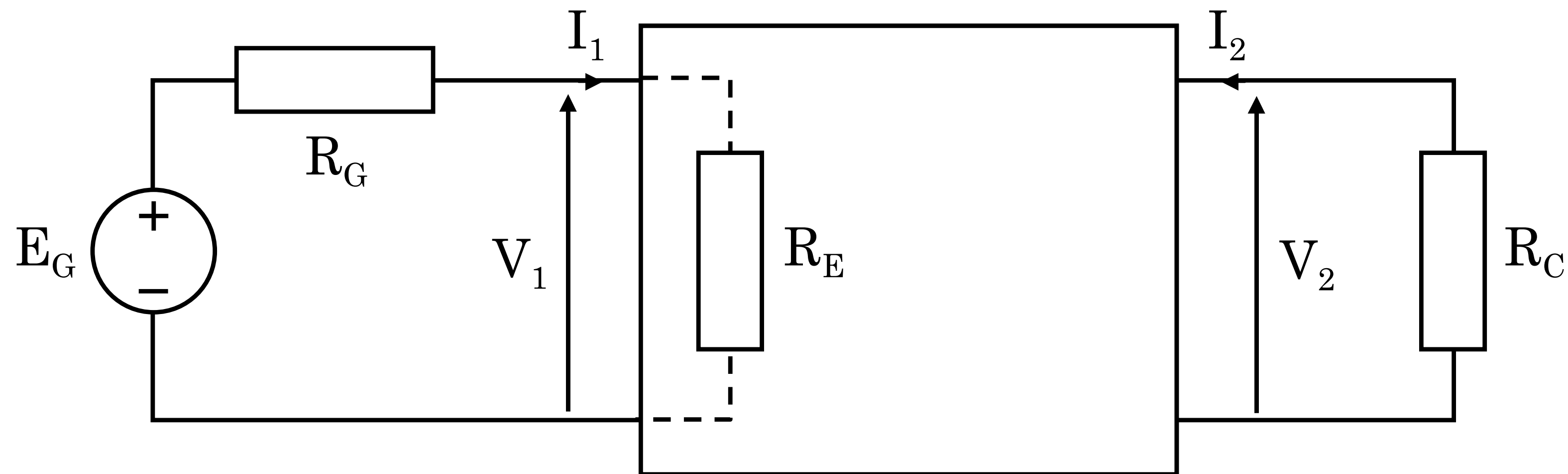
- **Gain en courant A_i**



$$V_2 = Z_{21}.I_1 + Z_{22}.I_2 = -R_C.I_2 \quad \Rightarrow \quad A_i = \frac{I_2}{I_1} =$$

II.2. Les grandeurs fondamentales

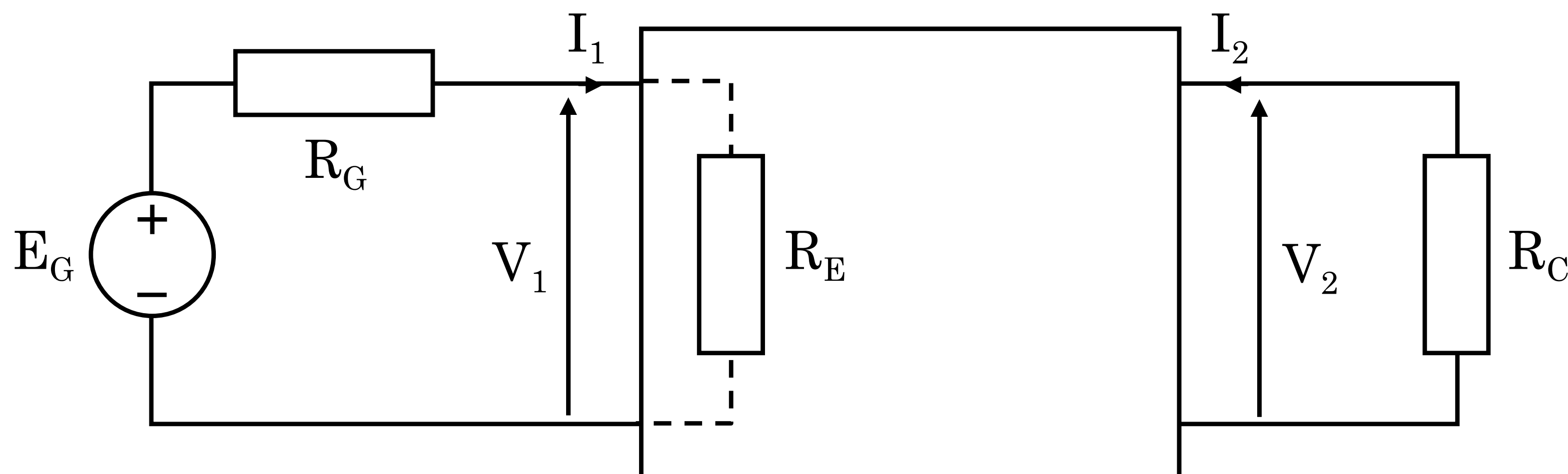
- **Gain en tension A_V**



$$A_V = \frac{V_2}{V_1} =$$

II.2. Les grandeurs fondamentales

- **Gain composite en tension A_{VG}**

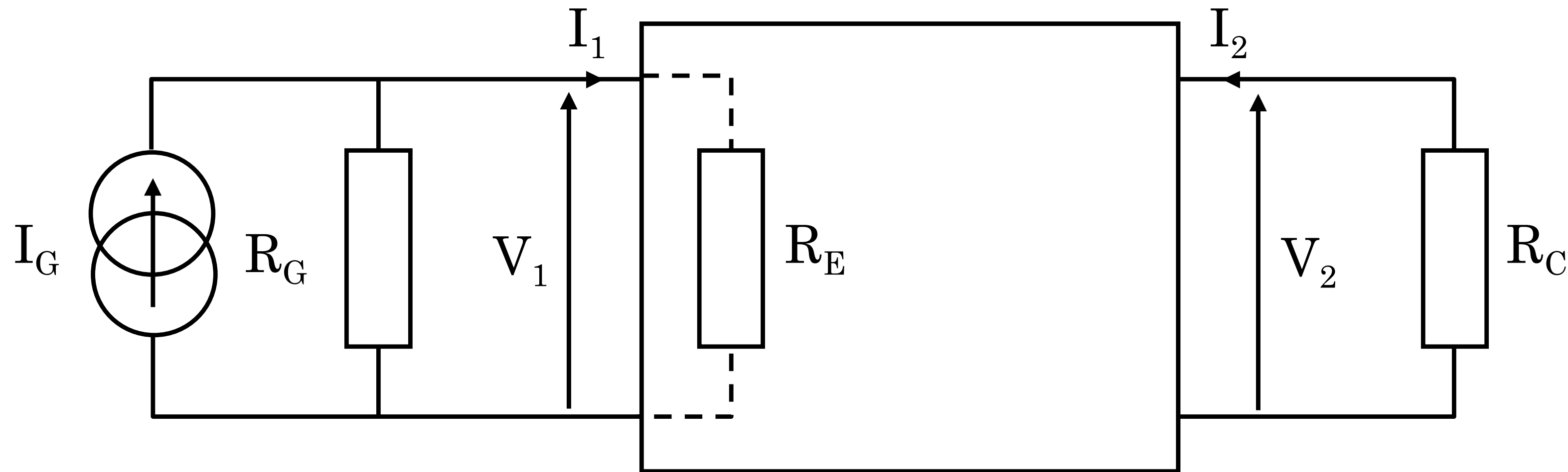


$$A_{vg} = \frac{V_2}{E_G} = \frac{V_2}{V_1} \cdot \frac{V_1}{E_G} = A_v \cdot \frac{R_E}{R_E + R_G}$$

- Si le quadripôle n'est pas chargé ($R_C \to \infty$) alors : $A_{vg} = \frac{R_E}{R_E + R_G} \frac{Z_{21}}{Z_{11}}$

II.2. Les grandeurs fondamentales

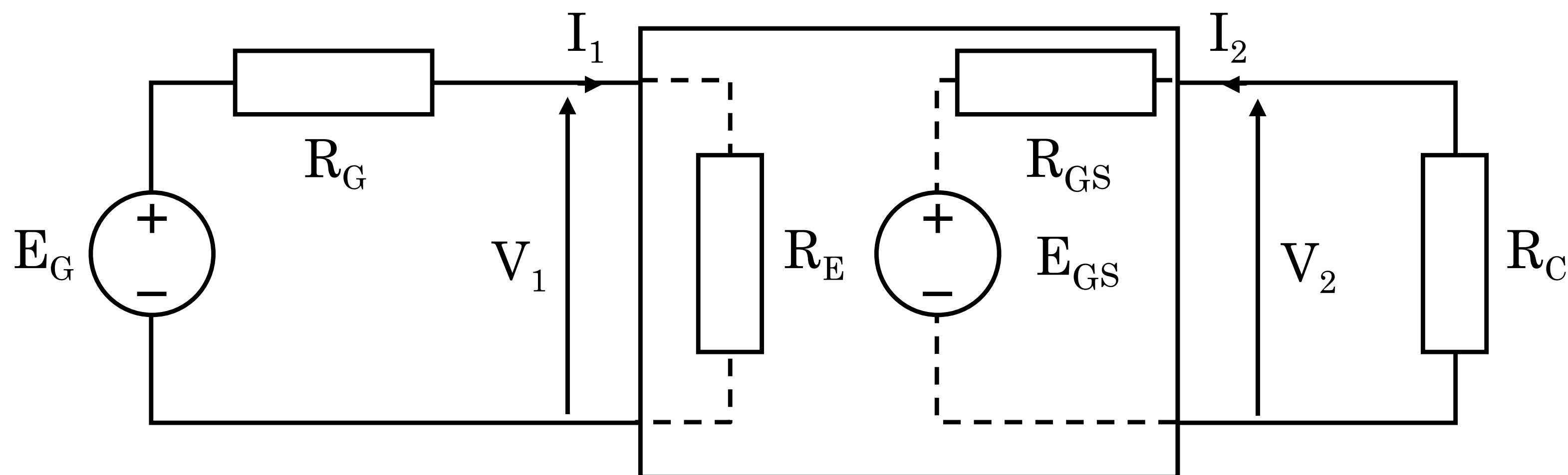
- **Gain composite en courant A_{iG}**



$$A_{ig} = \frac{I_2}{I_G} = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{I_1}{I_G} = A_i \cdot \frac{R_G}{R_G + R_E}$$

- Ce gain n'a de sens que si la charge est présente : $I_2 \neq 0$

II.2. Les grandeurs fondamentales

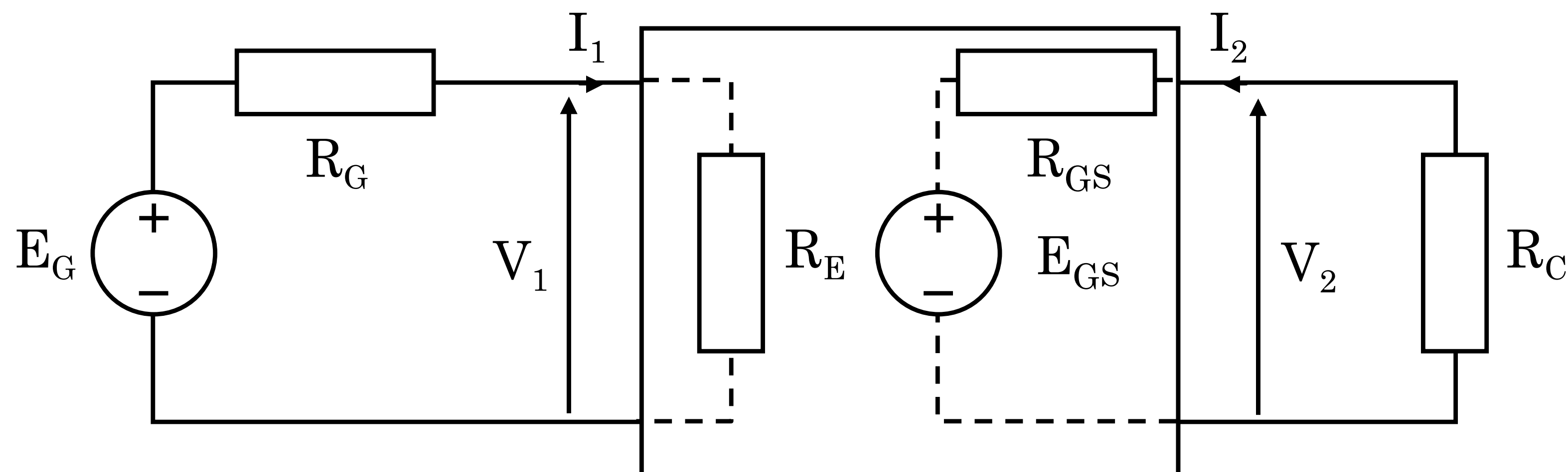


- Pour cette représentation équivalente du quadripôle on a :

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}.I_1 + Z_{12}.I_2 \\ V_2 = Z_{21}.I_1 + Z_{22}.I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = E_G - R_G.I_1 \\ V_2 = E_{GS} + R_{GS}.I_2 \end{cases}$$

avec :
$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}.I_1 + Z_{12}.I_2 = E_G - R_G.I_1 \\ V_2 = Z_{21}.\dfrac{E_G - Z_{12}.I_2}{Z_{11} + R_G} + Z_{22}.I_2 = \dfrac{Z_{21}}{Z_{11} + R_G}.E_G + \left(Z_{22} - \dfrac{Z_{12}.Z_{21}}{Z_{11} + R_G} \right).I_2 \end{cases}$$

II.2. Les grandeurs fondamentales

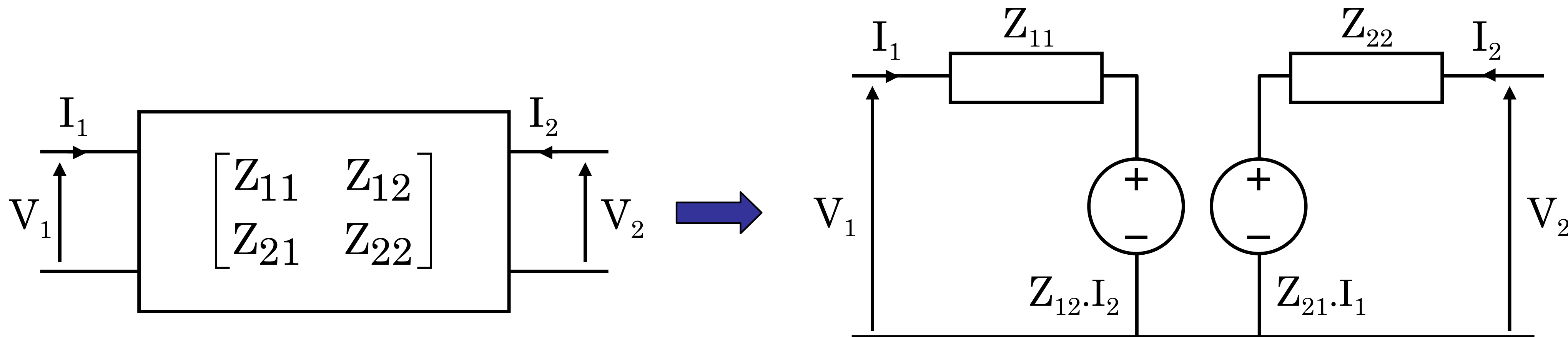


- Pour cette représentation équivalente du quadripôle on a :

$$\begin{cases} R_E = Z_{11} - \dfrac{Z_{12}.Z_{21}}{Z_{22}+R_C} \\ R_{GS} = R_S = Z_{22} - \dfrac{Z_{12}.Z_{21}}{Z_{11}+R_G} \\ E_{GS} = \dfrac{Z_{21}}{Z_{11}+R_G}.E_G = A_{vg}.E_G \end{cases}$$

II.3. Schéma équivalent

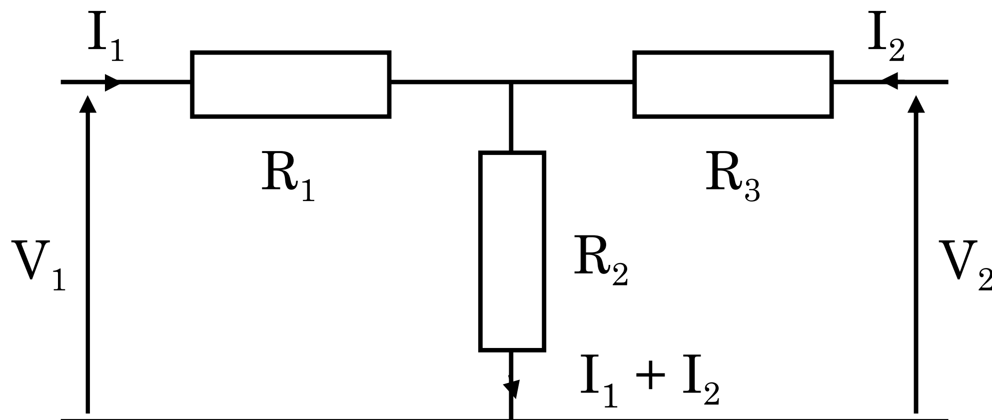
- Il est parfois commode de remplacer le quadripôle étudié par son schéma équivalent donné par la matrice du quadripôle.
- La connaissance de ce schéma équivalent est particulièrement utile lorsque le réseau réel n'est pas connu et que la détermination des paramètres résulte de mesures.



II.3. Schéma équivalent

- Il est parfois commode de remplacer le quadripôle étudié par son schéma équivalent donné par la matrice du quadripôle.
- La connaissance de ce schéma équivalent est particulièrement utile lorsque le réseau réel n'est pas connu et que la détermination des paramètres résulte de mesures.

❑ **Schéma équivalent en étoile (en T) uniquement si $Z_{12} = Z_{21}$**



avec :

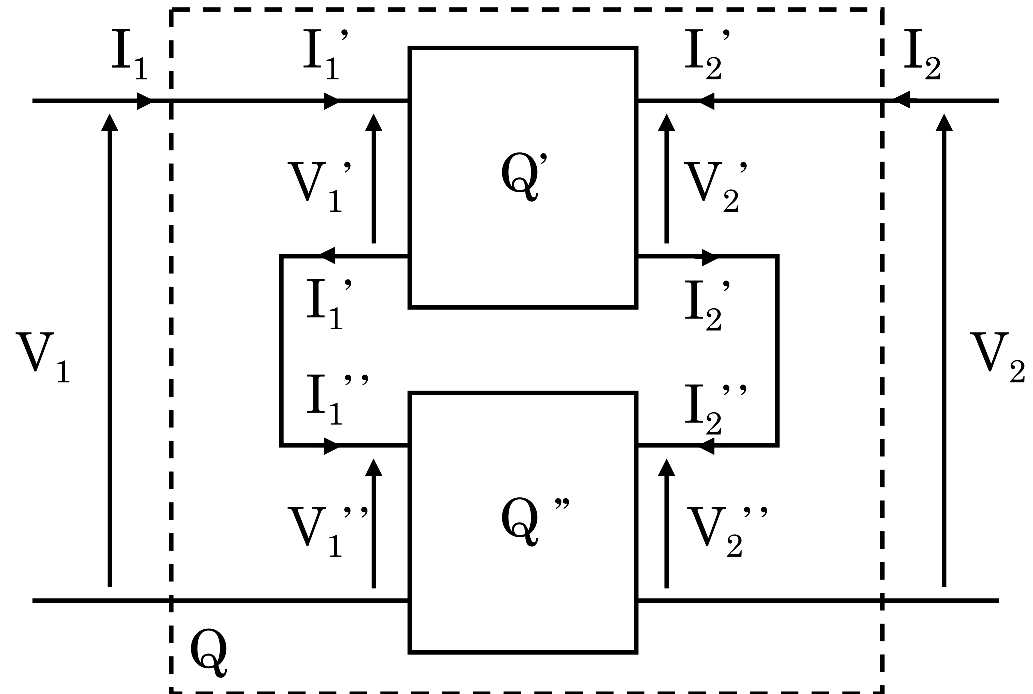
$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 & R_2 \\ R_2 & R_2 + R_3 \end{bmatrix}$$

II.4. Association série

- On utilise les matrices impédances [Z'] et [Z''] des deux quadripôles associés.

$$\begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}' & Z_{12}' \\ Z_{21}' & Z_{22}' \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix}$$

et $$\begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}'' & Z_{12}'' \\ Z_{21}'' & Z_{22}'' \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix}$$



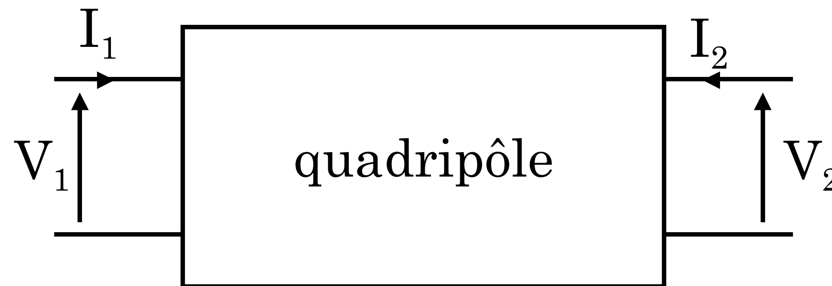
- Comme $\begin{cases} I_1 = I_1' = I_1'' \\ I_2 = I_2' = I_2'' \end{cases}$ et $\begin{cases} V_1 = V_1' + V_1'' \\ V_2 = V_2' + V_2'' \end{cases}$

alors : $$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix} = [Z'] . \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} + [Z''] . \begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = ([Z'] + [Z'']) . \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Z] . \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

III.1. Les paramètres admittances

❑ Définition

- On exprime les courants en fonction des tensions. Les éléments de la matrice ont la dimension d'admittances.

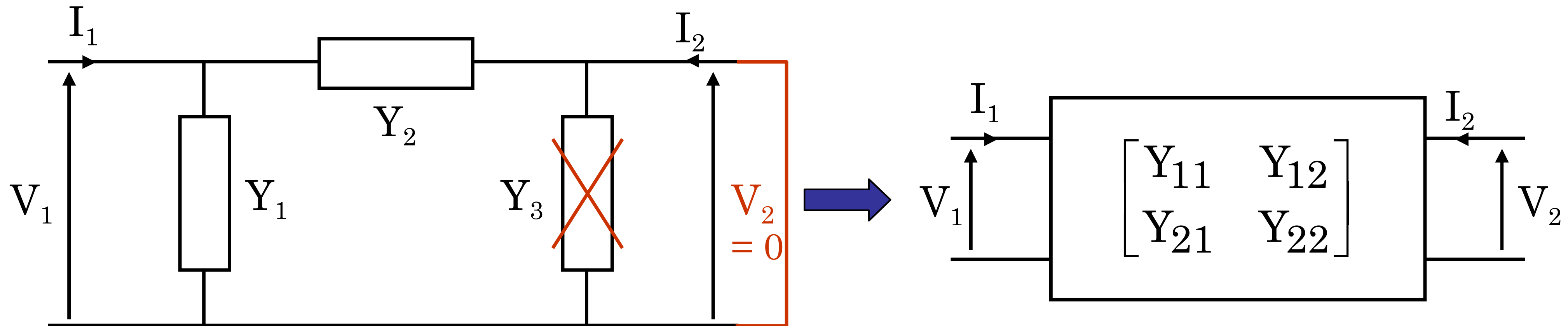


❑ Représentation matricielle

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 = Y_{11}.V_1 + Y_{12}.V_2 \\ I_2 = Y_{21}.V_1 + Y_{22}.V_2 \end{cases}$$

III.1. Les paramètres admittances

- **Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)**



- Détermination de Y_{11} : Si $V_2 = 0$ alors $I_1 = Y_{11}.V_1$

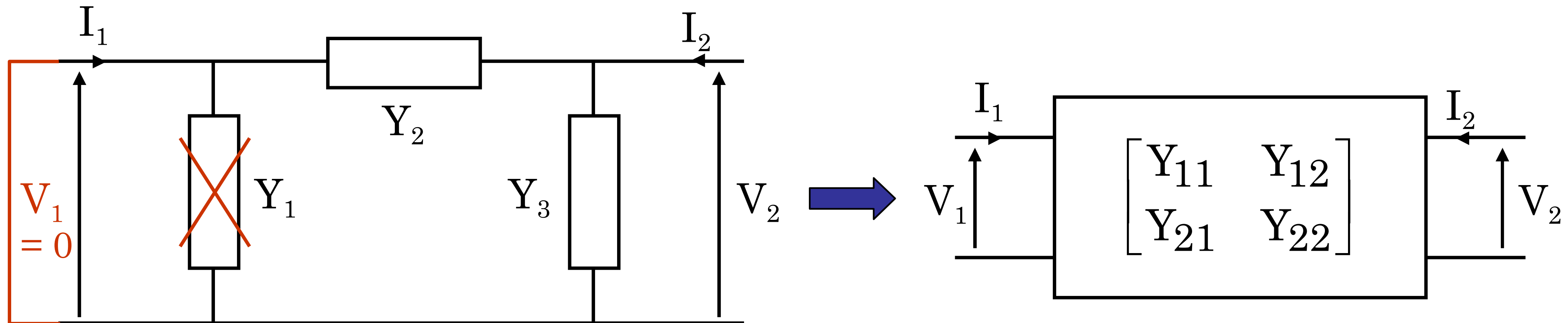
$$Y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2 = 0} = Y_1 + Y_2$$

- Détermination de Y_{21} : Si $V_2 = 0$ alors $I_2 = Y_{21}.V_1$

$$Y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2 = 0} =$$

III.1. Les paramètres admittances

- **Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)**



- Détermination de Y_{12} : Si $V_1 = 0$ alors $I_1 = Y_{12}.V_2$

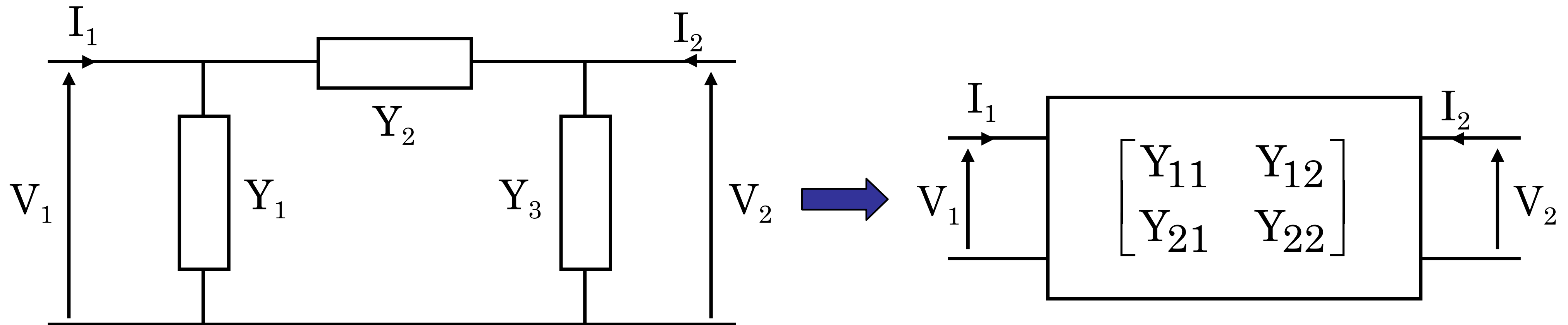
$$Y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1 = 0} =$$

- Détermination de Y_{22} : Si $V_1 = 0$ alors $I_2 = Y_{22}.V_2$

$$Y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1 = 0} =$$

III.1. Les paramètres admittances

- **Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)**

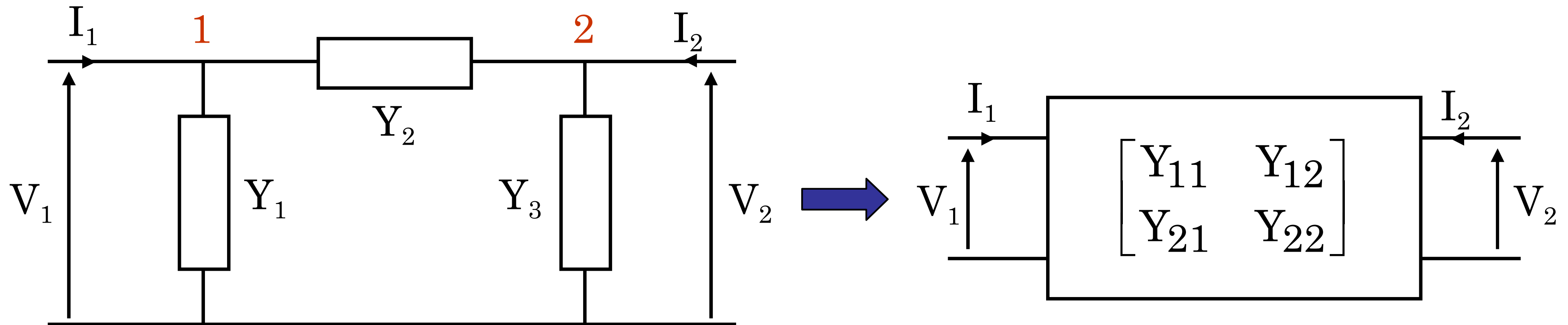


- Écriture de la matrice :

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_2 \\ -Y_2 & Y_2 + Y3 \end{bmatrix}$$

III.1. Les paramètres admittances

- **Exemple : association de résistances en triangle (2ème méthode)**

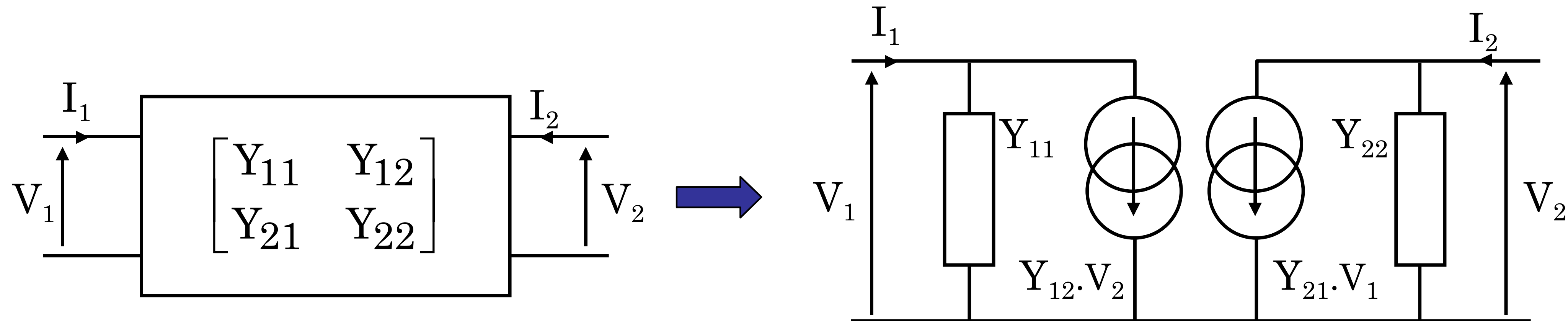


- Autre méthode : on écrit la loi des noeuds en entrée et en sortie:

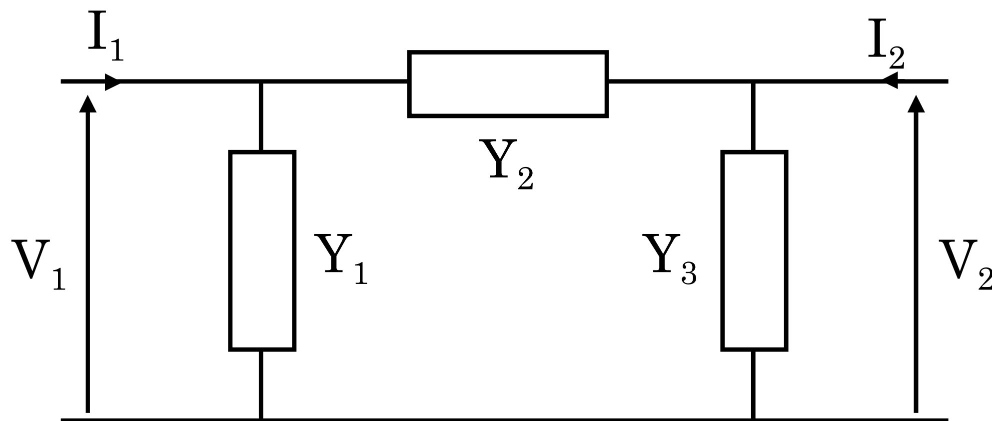
$$\begin{cases} I_1 = Y_1.V_1 + Y_2.(V_1 - V_2) = (Y_1 + Y_2).V_1 - Y_2.V_2 = Y_{11}.V_1 + Y_{12}.V_2 & (1) \\ I_2 = & (2) \end{cases}$$

III.2. Schéma équivalent

❑ **Schéma équivalent avec admittances et sources de courant**



❑ **Schéma équivalent en triangle (en π) uniquement si $Y_{12} = Y_{21}$.**



avec :

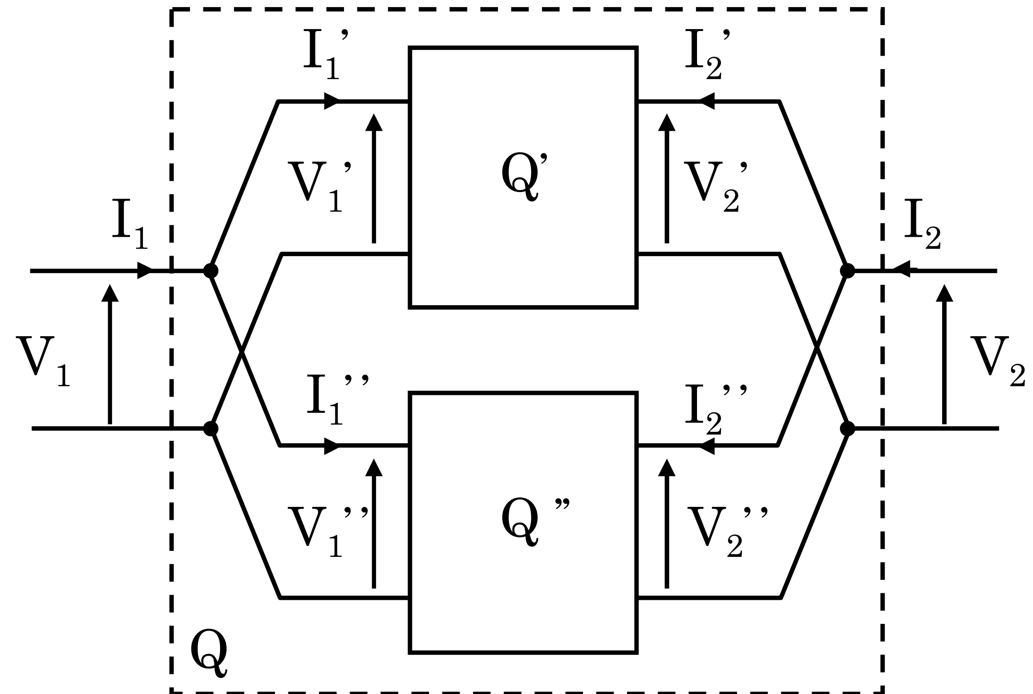
$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_2 \\ -Y_2 & Y_2 + Y3 \end{bmatrix}$$

III.3. Association parallèle

- On utilise les matrices admittances [Y'] et [Y"] des deux quadripôles associés.

$$\begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}' & Y_{12}' \\ Y_{21}' & Y_{22}' \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix}$$

et $$\begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}'' & Y_{12}'' \\ Y_{21}'' & Y_{22}'' \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix}$$



- Comme $\begin{cases} I_1 = I_1' + I_1'' \\ I_2 = I_2' + I_2'' \end{cases}$ et $\begin{cases} V_1 = V_1' = V_1'' \\ V_2 = V_2' = V_2'' \end{cases}$

alors : $$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = [Y'] . \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix} + [Y''] . \begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix} = ([Y'] + [Y'']) . \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [Y] . \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

III.4. Lien entre les paramètres impédances et admittances

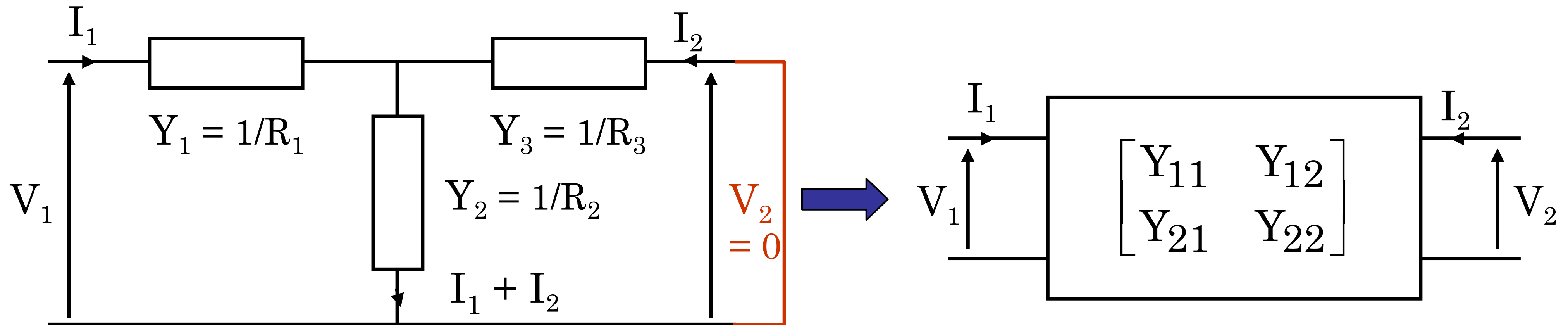
- Pour des raisons de simplicité, la détermination de la matrice admittance peut passer par la détermination de la matrice impédance .

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}^{-1} . \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

avec $$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_{11}.Z_{22} - Z_{12}.Z_{21}} . \begin{bmatrix} Z_{22} & -Z_{21} \\ -Z_{12} & Z_{11} \end{bmatrix}$$

III.4. Lien entre les paramètres impédances et admittances

❑ Exemple : association de résistances en étoile



- Détermination de Y_{11} : Si $V_2 = 0$ alors $I_1 = Y_{11}.V_1$

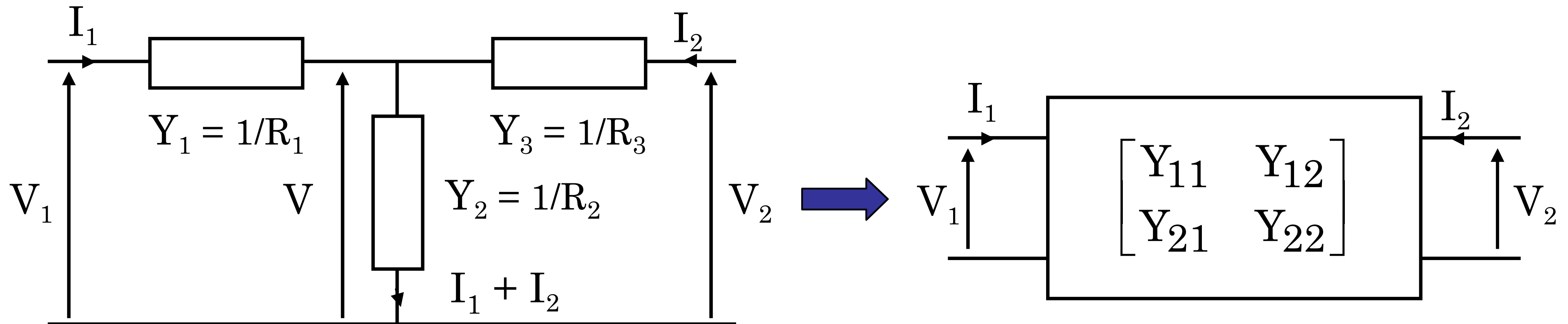
$$Y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0} = \frac{(Y_2 + Y_3).Y_1}{Y_1 + Y_2 + Y_3} = \frac{R_2 + R_3}{R_1.R_2 + R_1.R_3 + R_2.R_3}$$

- Détermination de Y_{21} : Si $V_2 = 0$ alors $I_2 = Y_{21}.V_1$

$$Y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0} =$$

III.4. Lien entre les paramètres impédances et admittances

❑ **Exemple : association de résistances en étoile**



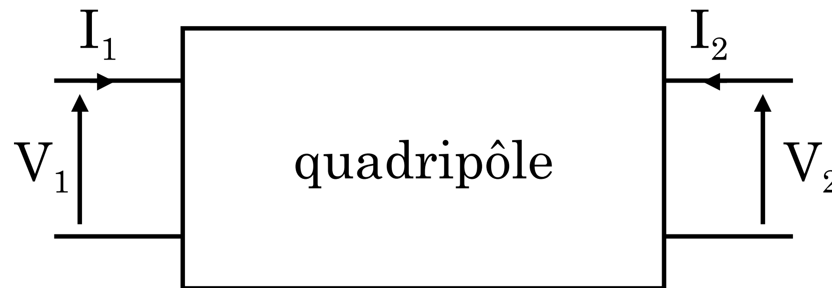
▪ La matrice admittance s'obtient plus rapidement à partir de la matrice impédance (plus simple à déterminer) :

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 & R_2 \\ R_2 & R_2 + R_3 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{R_1.R_2 + R_1.R_3 + R_2.R_3} . \begin{bmatrix} R_2 + R_3 & -R_2 \\ -R_2 & R_1 + R_2 \end{bmatrix}$$

IV.1. Les paramètres hybrides

❑ Définition

- On exprime le courant de sortie et la tension d'entrée en fonction du courant d'entrée et de la tension de sortie. C'est une représentation utilisée pour l'étude des transistors.



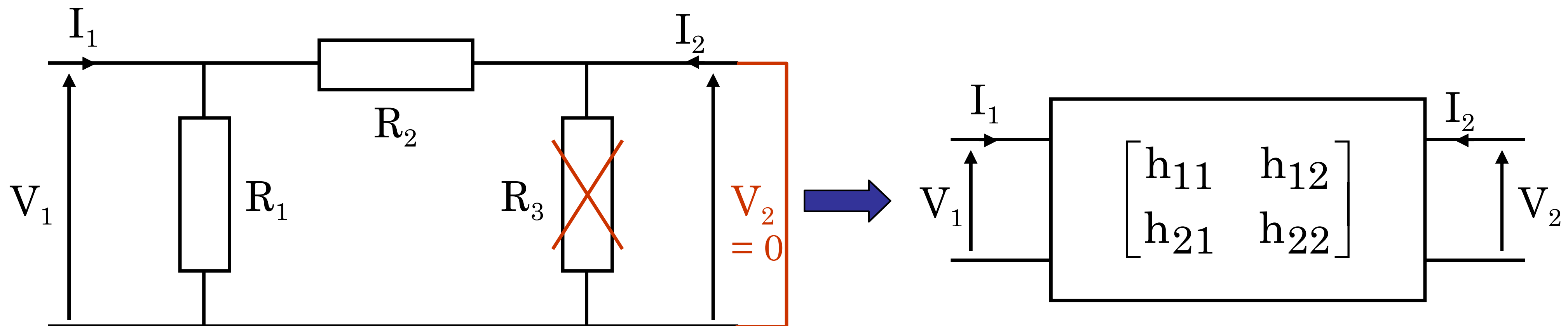
❑ Représentation matricielle

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} V_1 = h_{11}.I_1 + h_{12}.V_2 \\ I_2 = h_{21}.I_1 + h_{22}.V_2 \end{cases}$$

- h_{11} est une impédance, h_{22} une admittance, h_{12} et h_{21} sont des nombres.

IV.1. Les paramètres hybrides

- **Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)**



- Détermination de h_{11} : Si $V_2 = 0$ alors $V_1 = h_{11}.I_1$

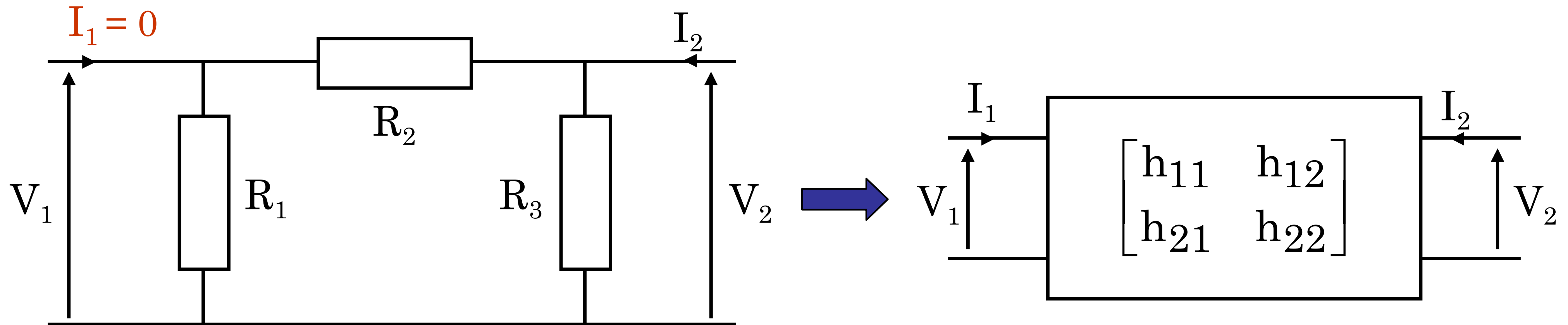
$$h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2}$$

- Détermination de h_{21} (gain en courant): Si $V_2 = 0$ alors $I_2 = h_{21}.I_1$

$$h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0} =$$

IV.1. Les paramètres hybrides

❑ **Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)**



▪ Détermination de h_{12} (gain en tension inverse): Si $I_1 = 0$ alors $V_1 = h_{12}.V_2$

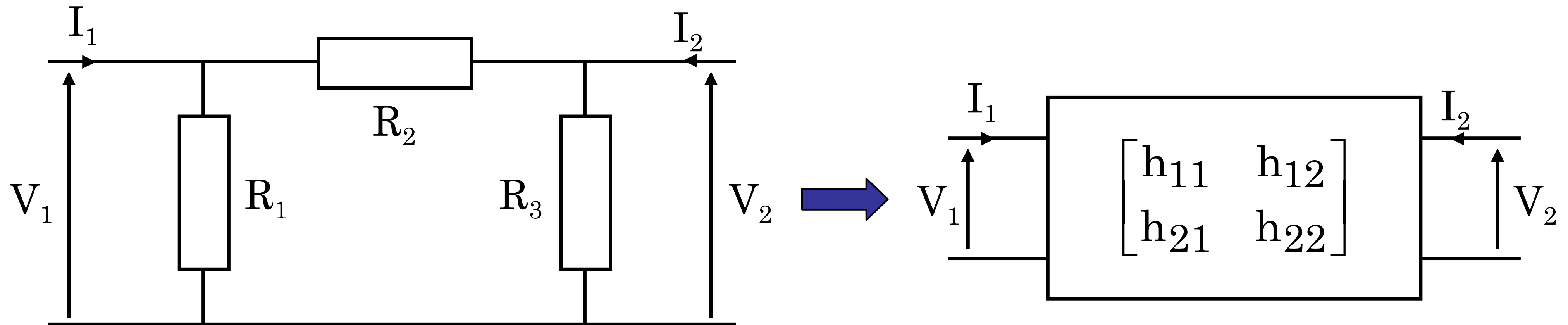
$$h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1 = 0} =$$

▪ Détermination de h_{22} : Si $I_1 = 0$ alors $I_2 = h_{22}.V_2$

$$h_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1 = 0} =$$

IV.1. Les paramètres hybrides

- **Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)**

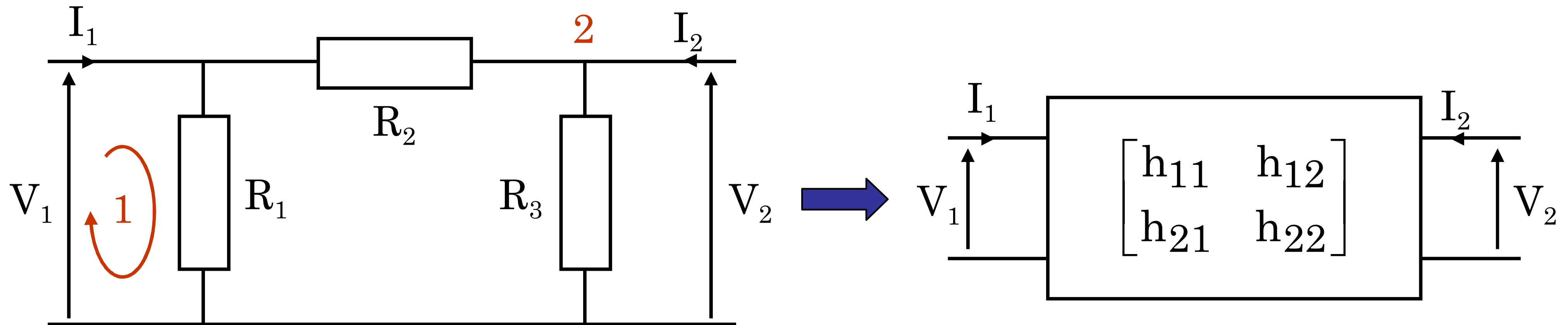


- Écriture de la matrice :

$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{R_1.R_2}{R_1+R_2} & \dfrac{R_1}{R_1+R_2} \\ \dfrac{-R_1}{R_1+R_2} & \dfrac{R_1+R_2+R_3}{(R_1+R_2).R_3} \end{bmatrix}$$

IV.1. Les paramètres hybrides

- **Exemple : association de résistances en triangle (2ème méthode)**

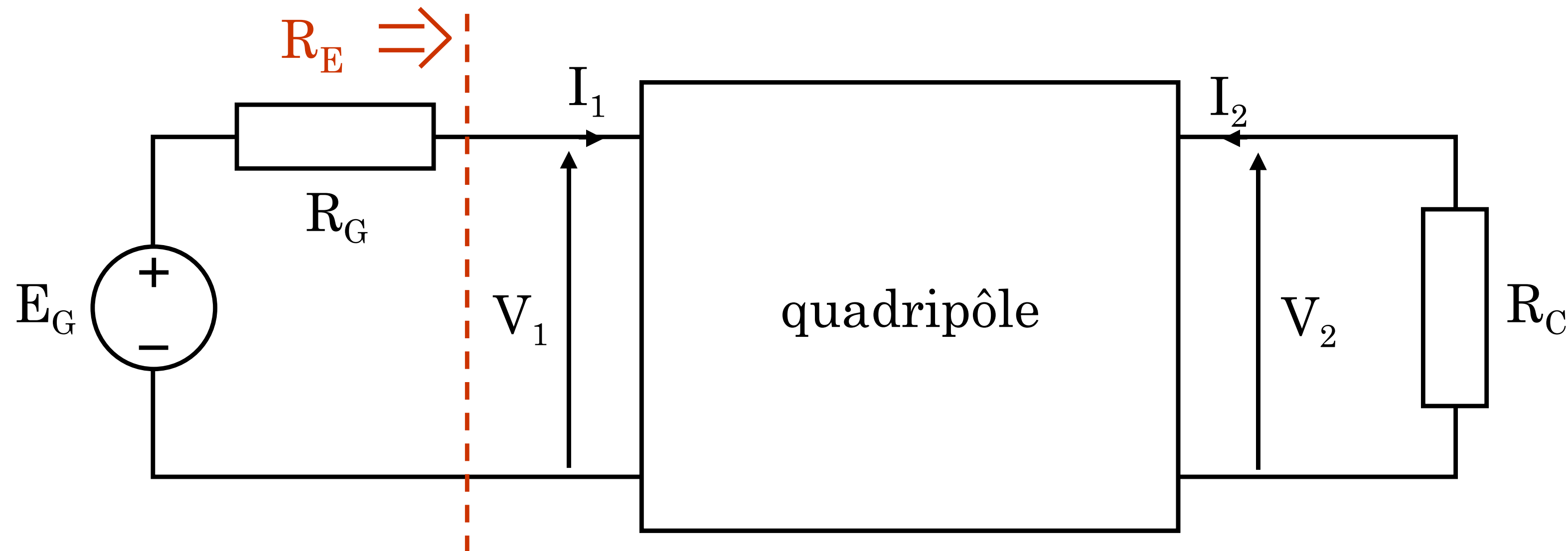


- On écrit la loi des mailles en entrée et des noeuds en sortie:

$$\begin{cases} V_1 = R_1.\left(I_1 + \dfrac{V_2 - V_1}{R_2}\right) & (1) \\ I_2 = & (2) \end{cases}$$

IV.2. Les grandeurs fondamentales

❑ Impédance d'entrée R_E

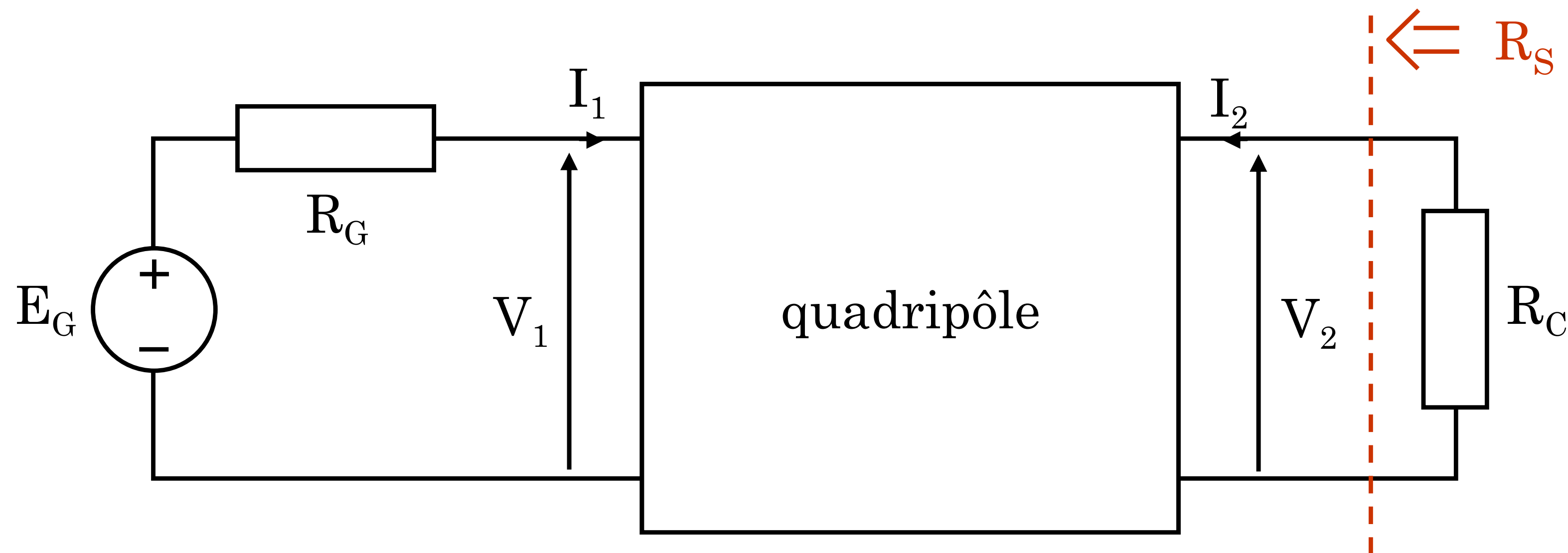


▪ R_E est l'impédance vue en entrée quand la sortie est chargée par une impédance R_C. La matrice impédance permet d'écrire :

$$\begin{cases} V_1 = h_{11}.I_1 + h_{12}.V_2 \\ I_2 = h_{21}.I_1 + h_{22}.V_2 = -\dfrac{V_2}{R_C} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad R_E = \frac{V_1}{I_1} = h_{11} - \frac{h_{12}.h_{21}}{h_{22} + \dfrac{1}{R_C}}$$

IV.2. Les grandeurs fondamentales

❑ Impédance de sortie R_S

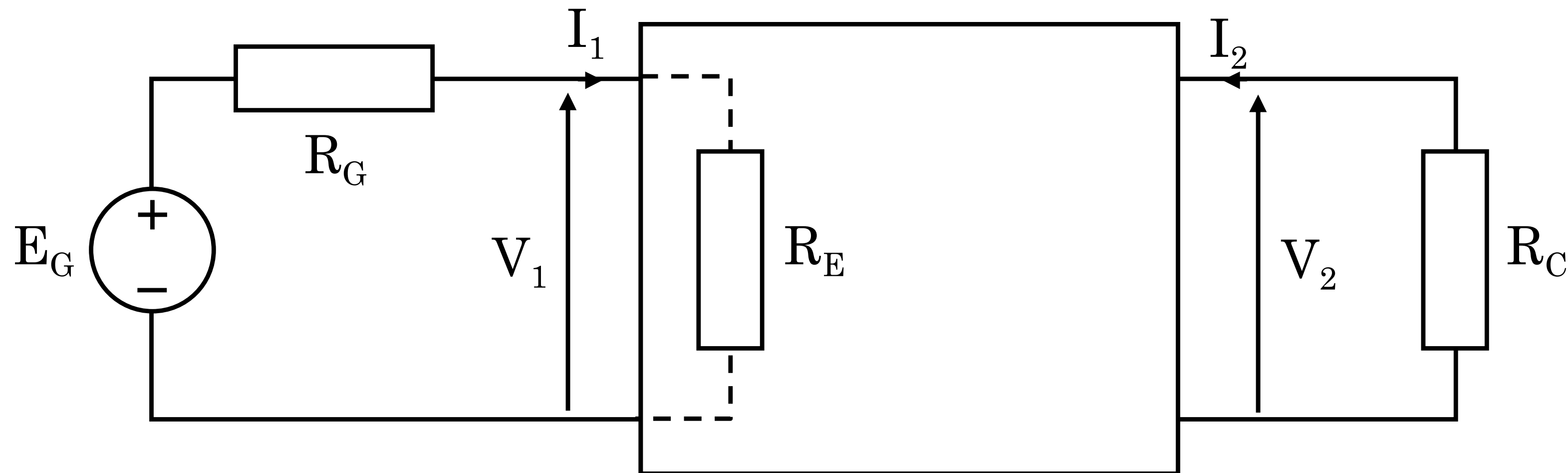


- R_S est l'impédance vue en sortie quand l'entrée est fermée par l'impédance du générateur R_G. La matrice impédance permet d'écrire :

$$\begin{cases} V_1 = h_{11}.I_1 + h_{12}.V_2 = -R_G.I_1 \\ I_2 = h_{21}.I_1 + h_{22}.V_2 \end{cases} \Rightarrow \quad R_S = \frac{V_2}{I_2} =$$

IV.2. Les grandeurs fondamentales

❑ **Gain en courant A_i**



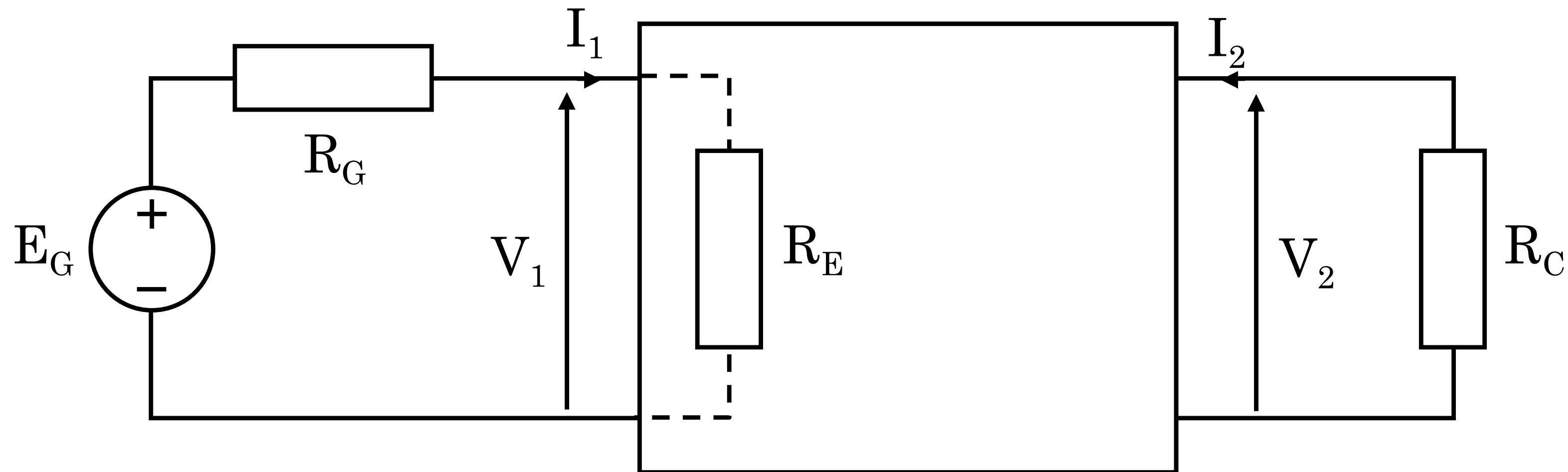
$$I_2 = h_{21}.I_1 + h_{22}.V_2 = h_{21}.I_1 - h_{22}.R_C.I_2$$

➡

$$A_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{h_{21}}{1 + h_{22}.R_C}$$

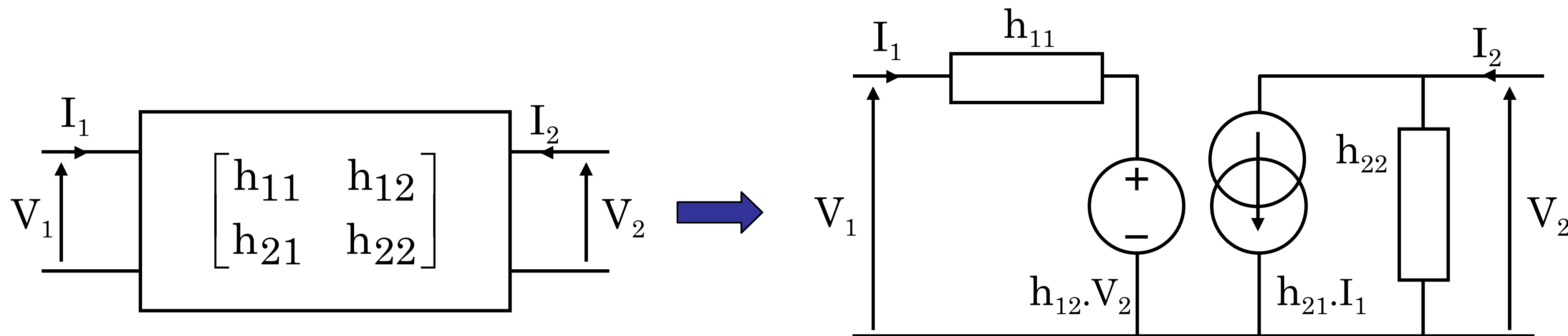
IV.2. Les grandeurs fondamentales

❑ **Gain en tension A_V**



$$A_V = \frac{V_2}{V_1} =$$

IV.3. Schéma équivalent



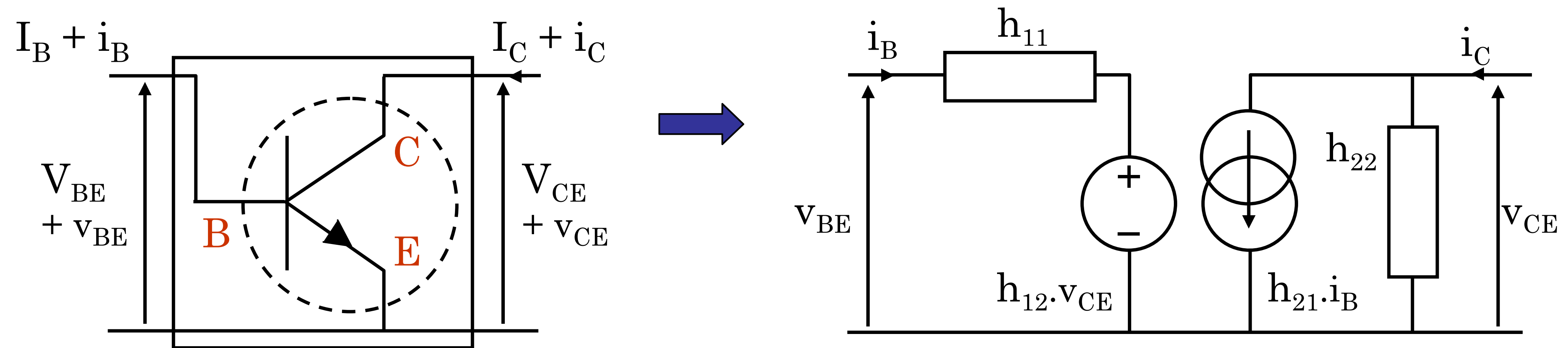
- Le circuit équivalent est composé d'une impédance (h_{11}), d'une admittance (h_{22}), d'une source de tension ($h_{12}.V_2$) et d'une source de courant ($h_{21}.I_1$).

IV.4. Cas particulier des quadripôles non linéaires

- Les composants actifs utilisés en électronique sont très souvent non linéaire. C'est le cas notamment des transistors bipolaires et MOS.
- Les valeurs des éléments de la matrice du quadripôle équivalent ne sont valables que pour le point de fonctionnement : ils dépendent des potentiels et courants en entrée du quadripôle.
- Le quadripôle équivalent n'est utilisable qu'en régime petit signal (petit signal alternatif ajouté à la polarisation continue).
- On obtient les paramètres de la matrice par la connaissance des équations qui régissent le fonctionnement du composant ou par l'utilisation des caractéristiques (courbes) de ce composant.

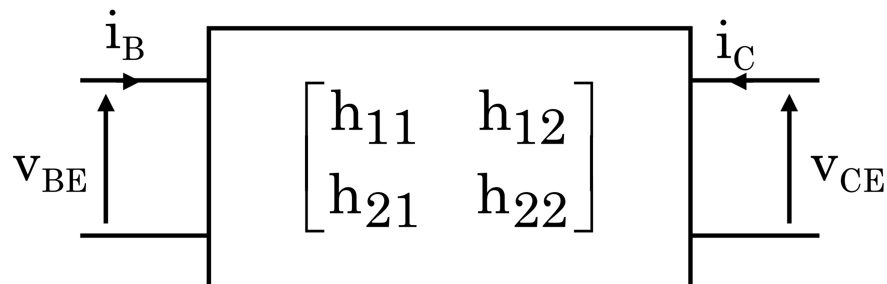
IV.4. Cas particulier des quadripôles non linéaires

❑ **Exemple : le transistor bipolaire en régime petit signal**



- i et v correspondent à de petites variations de I et V

- La matrice hybride s'écrit :



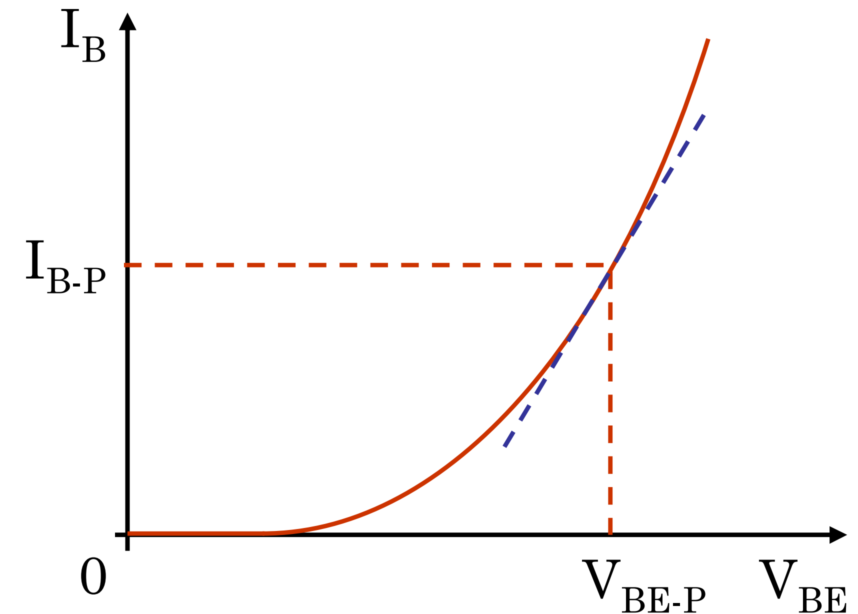


$$\begin{cases} v_{BE} = h_{11}.i_B + h_{12}.v_{CE} \\ i_C = h_{21}.i_B + h_{22}.v_{CE} \end{cases}$$

IV.4. Cas particulier des quadripôles non linéaires

- **Exemple : le transistor bipolaire en régime petit signal**

  - On détermine le paramètre h_{11} à partir de la courbe $I_B(V_{BE})$ qui correspond ici à la caractéristique d'une diode.
  - V_{CE} est considéré comme constant.



  - h_{11} est égale à l'inverse de la pente de cette courbe au point de polarisation :

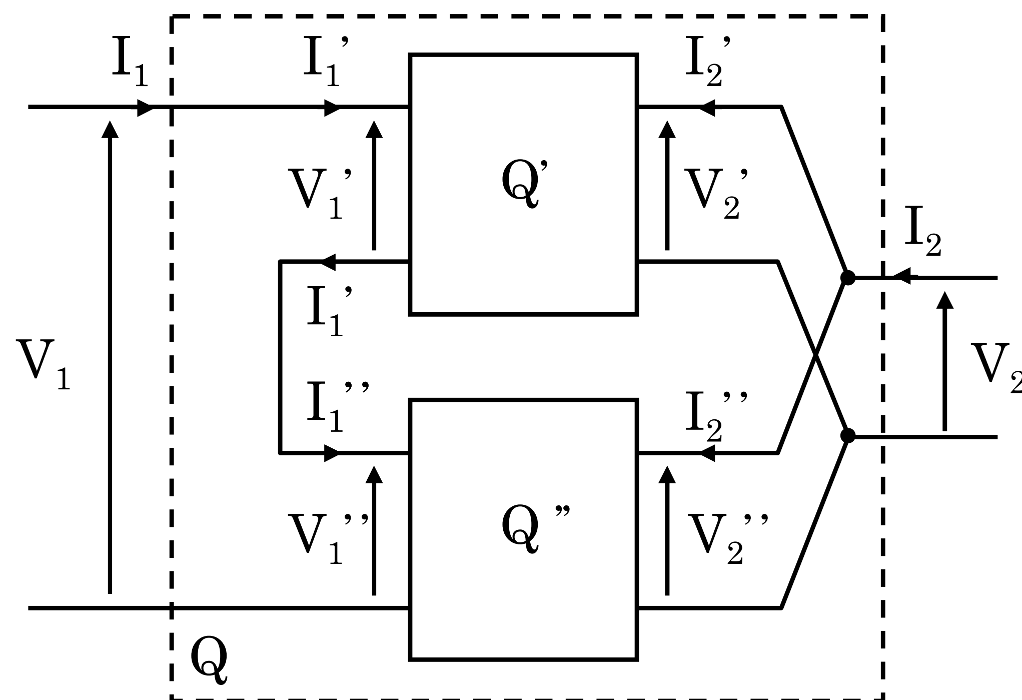
$$h_{11} = \left.\frac{\partial V_{BE}}{\partial I_B}\right|_{V_{BE}=V_{BE_P}}$$

IV.5. Association série parallèle

- On utilise les matrices hybrides [h'] et [h''] des deux quadripôles associés.

$$\begin{bmatrix} V_1' \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}' & h_{12}' \\ h_{21}' & h_{22}' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1' \\ V_2' \end{bmatrix}$$

et $$\begin{bmatrix} V_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}'' & h_{12}'' \\ h_{21}'' & h_{22}'' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix}$$



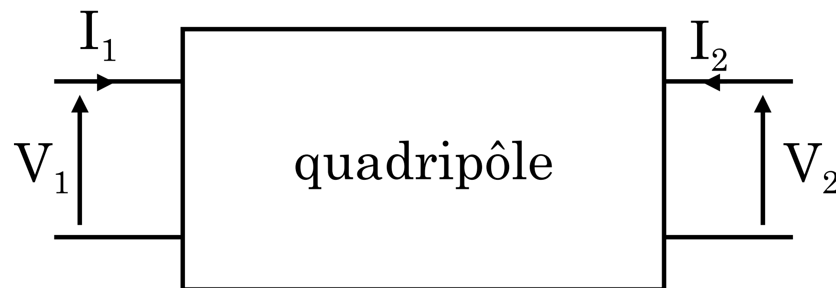
- Comme $\begin{cases} I_1 = I_1' = I_1'' \\ V_2 = V_2' = V_2'' \end{cases}$ et $\begin{cases} V_1 = V_1' + V_1'' \\ I_2 = I_2' + I_2'' \end{cases}$

alors : $$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1' \\ I_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = [h'] \cdot \begin{bmatrix} I_1' \\ V_2' \end{bmatrix} + [h''] \cdot \begin{bmatrix} I_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix} = ([h'] + [h'']) \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [h] \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

V.1. Les paramètres transferts

Définition

- On exprime les grandeurs de sortie en fonction des grandeurs d'entrée



Représentation matricielle

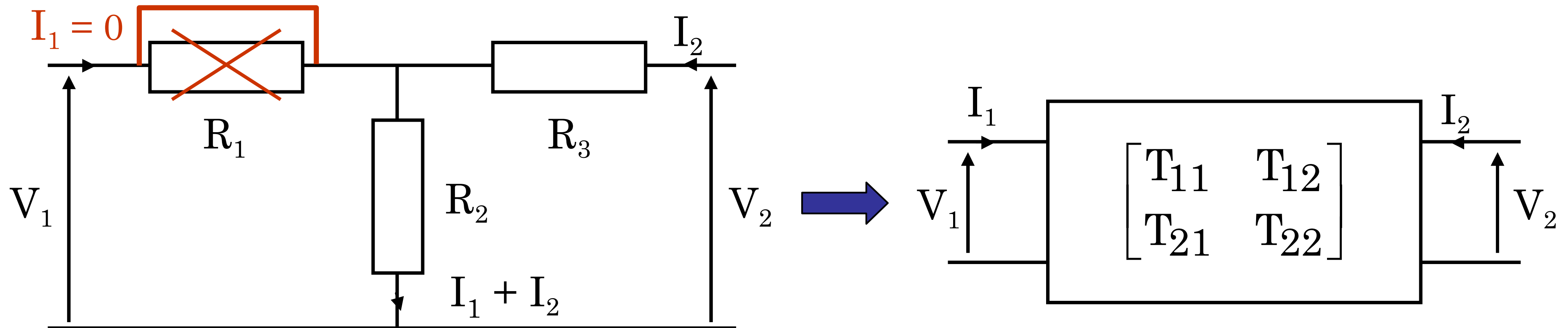
$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} \iff \begin{cases} V_2 = T_{11}.V_1 - T_{12}.I_1 \\ I_2 = T_{21}.V_1 - T_{22}.I_1 \end{cases}$$

- T_{12} est une impédance, T_{21} une admittance, T_{11} et T_{22} sont des nombres.

V. Représentation transfert

V.1. Les paramètres transferts

❑ **Exemple : association de résistances en étoile**



- Détermination de T_{11} (gain en tension) : Si $I_1 = 0$ alors $V_2 = T_{11}.V_1$

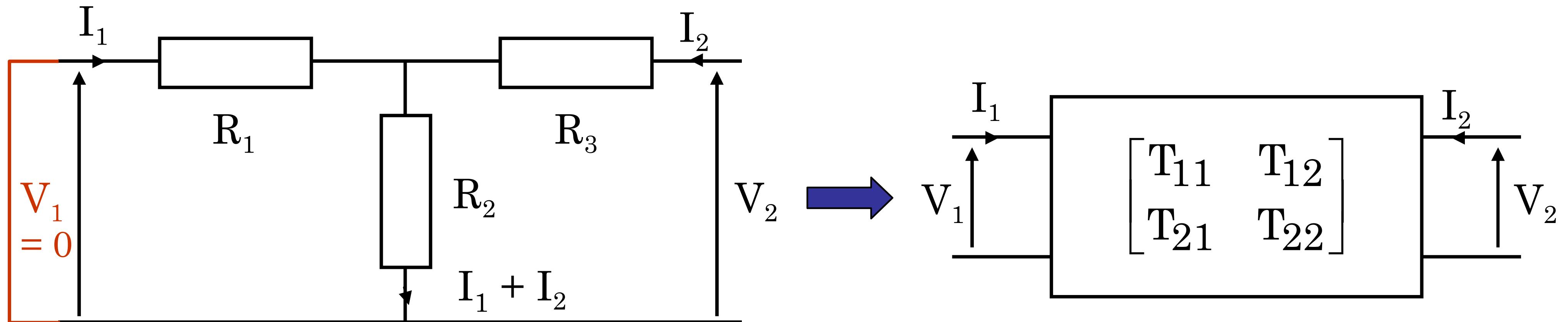
$$T_{11} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_1 = 0} = \frac{R_2 + R_3}{R_2}$$

- Détermination de T_{21} : Si $I_1 = 0$ alors $I_2 = T_{21}.V_1$

$$T_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{I_1 = 0} =$$

V.1. Les paramètres transferts

- **Exemple : association de résistances en étoile**



- Détermination de T_{12} : Si $V_1 = 0$ alors $V_2 = T_{12}.I_1$

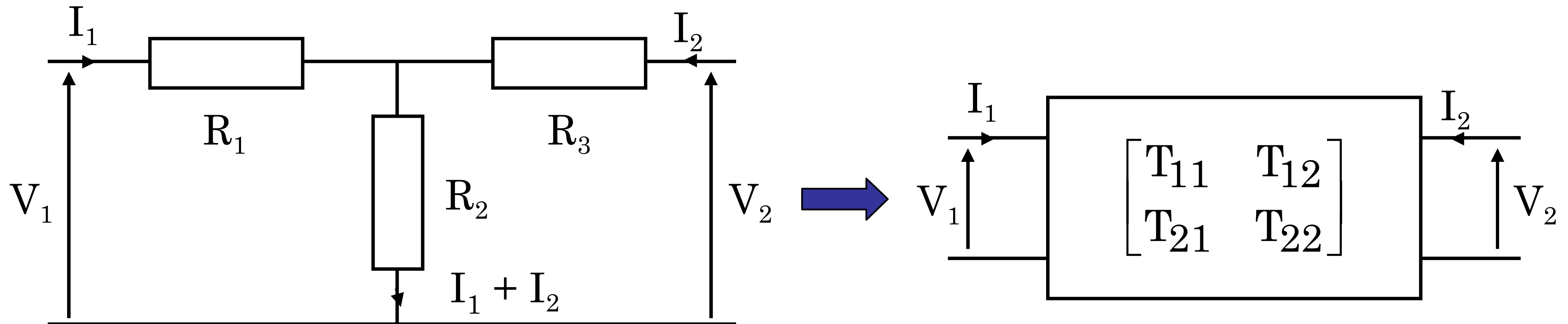
$$T_{12} = -\left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{V_1 = 0} =$$

- Détermination de T_{22} (gain en courant) : Si $V_1 = 0$ alors $I_2 = T_{22}.I_1$

$$T_{22} = -\left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_1 = 0} =$$

V.1. Les paramètres transferts

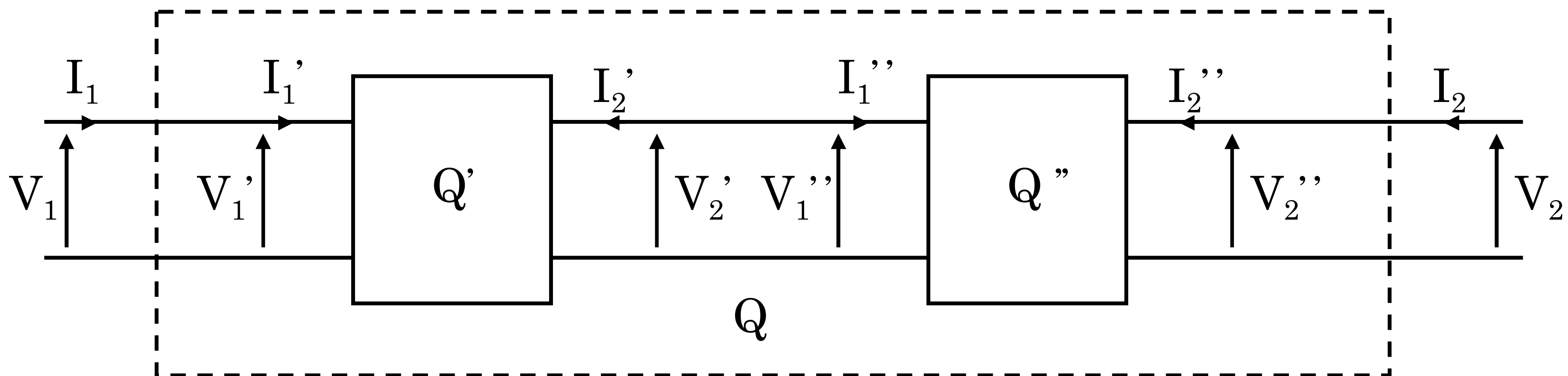
- **Exemple : association de résistances en étoile**



- Écriture de la matrice :

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\dfrac{R_3}{R_2} & R_1+R_2+\dfrac{R_1.R_3}{R_2} \\ \dfrac{1}{R_2} & 1+\dfrac{R_1}{R_2} \end{bmatrix}$$

V.1. Association en cascade (en chaîne)



- On utilise les matrices de transfert [T'] et [T''] des deux quadripôles associés.

$$\begin{bmatrix} V_2' \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}' & T_{12}' \\ T_{21}' & T_{22}' \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} V_1' \\ -I_1' \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} V_2'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}'' & T_{12}'' \\ T_{21}'' & T_{22}'' \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} V_1'' \\ -I_1'' \end{bmatrix}$$

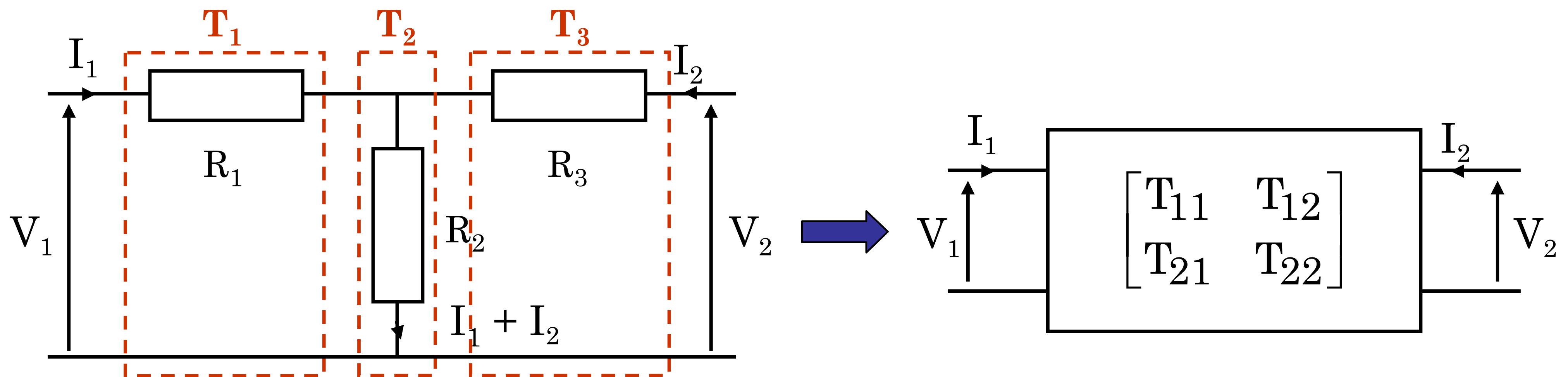
- Comme $V_1'' = V_2'$ et $I_1'' = I_2'$ alors :

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}'' & T_{12}'' \\ T_{21}'' & T_{22}'' \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} V_2' \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}'' & T_{12}'' \\ T_{21}'' & T_{22}'' \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} T_{11}' & T_{12}' \\ T_{21}' & T_{22}' \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix}$$

- La matrice de transfert du quadripôle équivalent est donc égale au produit de la deuxième matrice, [T''], par la première, [T'].

V.2. Association en cascade (en chaîne)

- **Exemple : association de résistances en étoile**



- On décompose l'association de résistances en étoile en 3 quadripôles :

$[T_1] =$ $[T_2] =$ $[T_3] =$

VI. Lien entre tous les paramètres

	T	Z	Y	h
T	$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_{11}/Z_{21} & -\Delta Z/Z_{21} \\ 1/Z_{21} & -Z_{22}/Z_{21} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -Y_{22}/Y_{21} & 1/Y_{21} \\ -\Delta Y/Y_{21} & Y_{11}/Y_{21} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\Delta h/h_{21} & -h_{11}/h_{21} \\ -h_{22}/h_{21} & -1/h_{21} \end{bmatrix}$
Z	$\begin{bmatrix} T_{11}/T_{21} & \Delta T/T_{21} \\ 1/T_{21} & T_{22}/T_{21} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Y_{22}/\Delta Y & -Y_{12}/\Delta Y \\ -Y_{21}/\Delta Y & Y_{11}/\Delta Y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \Delta h/h_{22} & h_{12}/h_{22} \\ -h_{21}/h_{22} & 1/h_{22} \end{bmatrix}$
Y	$\begin{bmatrix} T_{22}/T_{12} & -\Delta T/T_{12} \\ -1/T_{12} & T_{11}/T_{12} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_{22}/\Delta Z & -Z_{12}/\Delta Z \\ -Z_{21}/\Delta Z & Z_{11}/\Delta Z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1/h_{11} & -h_{12}/h_{11} \\ h_{21}/h_{11} & \Delta h/h_{11} \end{bmatrix}$
h	$\begin{bmatrix} T_{12}/T_{22} & \Delta T/T_{22} \\ -1/T_{22} & T_{21}/T_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \Delta Z/Z_{22} & Z_{12}/Z_{22} \\ -Z_{21}/Z_{22} & 1/Z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1/Y_{11} & -Y_{12}/Y_{11} \\ Y_{21}/Y_{11} & \Delta Y/Y_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$